COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 JUIN 1876.

PRÉSIDENCE DE M. LE VICE-AMIRAL PÂRIS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE. — *Lieux géométriques et courbes enveloppes satisfaisant à des conditions de produit constant de deux segments variables. — Généralisation de quelques théorèmes exprimés en rayons vecteurs;* par M. CHASLES.

« XVI. *On mène de chaque point* a_1 *d'une courbe* U_{m_1} *les tangentes* $a_1\theta$ *d'une courbe* $U^{n'}$, *et de chaque point* θ *les droites* θa *terminées à une courbe* U_m *et telles, que l'on ait la relation* $a_1\theta . \theta a = \mu$: *ces droites* θa *enveloppent une courbe de la classe* $2mm_1(2m'+n')$.

$$\left.\begin{array}{lll} \text{IX}, & m'n_1 2m & \text{IU} \\ \text{IU}, & m2(m'+n')m_1 & \text{IX} \end{array}\right| \; 2mm_1(2m'+n') \quad [\text{VIII}].$$

» XVII. *De chaque point* a_1 *d'une courbe* U_{m_1} *on mène une tangente* $a_1\theta$ *d'une courbe* $U^{n'}$, *et l'on prend sur une courbe* U_m *les points* a *de chacun desquels on peut mener à une courbe* $U^{n'''}$ *une tangente* $a\theta''$ *satisfaisant à la relation* $a_1\theta . a\theta'' = \mu$: *les droites* $a_1 a$ *enveloppent une courbe de la classe* $2mm_1(m'n''+m'''n'+2n'n''')$.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{IX}, & m_1 n'(2m'''+2n''')m \\ \text{IU}, & mn''(2m'+2n')m_1 \end{array}\right| \; 2mm_1(m'n'''+m'''n'+2n'n''') \quad [\text{IX}].$$

» XVIII. *Si des deux points* a_1, a *de deux courbes* U_{m_1}, U_m *on mène à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n'''}$ *deux tangentes* $a_1\theta$, $a\theta''$ *dont le produit soit constant* $(a_1\theta . a\theta'' = \mu)$, *la droite* $a_1 a$ *enveloppe une courbe de la classe* $2mm_1(m'n''' + m'''n' + 2n'n''')$ [XI].

IX,	$m_1 n'(2m''' + 2n''')m$	IU	. Donc, etc.
IU,	$mn'''(2m' + 2n')m_1$	IX	

» XIX. *Si de deux points* a_1, a *de deux courbes* U_{m_1}, U_m *on mène à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n'''}$ *deux tangentes* $a_1\theta$, $a\theta''$ *ayant un produit constant* $(a_1\theta . a\theta'' = \mu)$, *la droite* θa *enveloppe une courbe de la classe* $2mm_1(m'm''' + 2m'm''' + n'm''')$ [XII].

IX,	$m'm_1(2m''' + 2n''')m$	IU	. Donc, etc.
IU,	$mn'''(2m' + 2n')m_1$	IX	

» Les huit théorèmes qui vont suivre sont des réciproques de théorèmes précédents, qui y sont indiqués; néanmoins, j'en donne la démonstration directe, qui est toujours très-simple.

» XX. *De chaque point* θ *d'une courbe* $U^{n'}$ *on mène les tangentes d'une courbe* $U^{n''}$, *lesquelles rencontrent une courbe* U_m *en des points* a, *et l'on prend sur la tangente du point* θ *les quatre points* x *qui satisfont, pour chaque point* a *de* U_m, *à la relation* $x\theta . xa = \mu$: *le lieu de ces points est une courbe de l'ordre* $4mn''(m' + n')$ [IV].

a,	$n''m'2m$		α	$4mn''(m' + n')$.
α,	$(2m' + 4n')n''m$	[I]	a	

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''m'm$ aux deux points circulaires; 2° $mm'n''$ points doubles sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des mm' points d'intersection de U_m et $U^{n'}$; 3° $2n'mn''$ points doubles sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des points de contact θ des tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires.

» XXI. *De chaque point* a *d'une courbe* U_m *on mène à deux courbes* U^n, $U^{n'}$ *deux tangentes* $a\theta$, $a\theta'$, *et l'on prend sur la deuxième un segment* ax *ayant avec la première un produit constant* $(ax.a\theta = \mu)$: *le lieu des points* x *est une courbe de l'ordre* $2mn''(m' + 3n')$ [VI].

x,	$n''mn'2$		u	$2mn''(m + 3n')$.
u,	$(2m' + 4n')mn''$	[I]	x	

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''mn'$, aux deux points circulaires; 2° m points multiples d'ordre $n'2n''$ aux m points de U_m; 3° $2n'mn''$ points sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des points où les tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires

rencontrent U_m ; 4° $mm'n''$ points doubles sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des mm' points d'intersection de U_m et $U^{n'}$.

» XXII. *Le lieu d'un point* x *d'où l'on peut mener à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n''}$ *deux tangentes dont la seconde* $x\theta'$ *fasse un produit constant avec une droite menée de son point de contact à l'un des points* a *où la première rencontre une courbe* $U_m(x\theta'.\theta' a = \mu)$, *est une courbe de l'ordre* $2mn'(m''+n'')$ [VII].

$$\begin{array}{ll|l} x, & n''2mn' \quad\quad\quad u & \\ u, & n'm2(m''+n'') \text{ [II]} \quad x & 2mn'(m''+2n''). \end{array}$$

» Il y a $2mn'n''$ solutions étrangères dues aux points x situés sur les tangentes de $U^{n''}$ issues des deux points circulaires. Il reste $2mn'(m''+n'')$.

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'mn''$ aux deux points circulaires; 2° m'' points multiples d'ordre $2n'm$ aux m'' points de $U^{n''}$.

» XXIII. *On mène de chaque point* a *d'une courbe* U_m *les tangentes* $a\theta$ *d'une courbe* $U^{n'}$, *et de leurs points de contact les tangentes* $\theta\theta'$ *d'une courbe* $U^{n''}$, *sur lesquelles on prend les deux segments* θx, *qui font avec la tangente* $a\theta$ *un produit constant*, $(\theta x.\theta a = \mu)$: *le lieu des points* x *est une courbe de l'ordre* $2mn''(2m'+n')$ [VIII].

$$\begin{array}{ll|l} x, & n''m'm2 \quad\quad\quad u & \\ u, & 2(m'+n')mn''' \quad x & 2mn''(2m'+n'). \end{array}$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''m(m'+n')$ aux deux points circulaires; 2° m' points multiples d'ordre $m2n''$ aux m' points de $U^{n'}$.

» Chaque point multiple d'ordre $n''m(m'+n')$ en un point circulaire est formé de deux points multiples coïncidants, l'un, d'ordre $n''m'm$, dû aux tangentes de $U^{n''}$ issues du point circulaire, et l'autre, d'ordre $n'n''m$, dû aux tangentes de $U^{n'}$ issues du même point circulaire.

» XXIV. *De chaque point* a *d'une courbe* U_m *on mène à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n''}$ *deux tangentes* $a\theta$, $a\theta'$, *et l'on prend sur la première deux segments* θx *dont chacun fait avec la seconde* $a\theta'$ *un produit constant* $(\theta x.a\theta' = \mu)$: le *lieu des points* x *est une courbe de l'ordre* $2m(m'n''+m''n'+2n'n'')$ [IX].

$$\begin{array}{ll|l} x, & m'mn''2 \quad\quad\quad u & \\ u, & 2(m'n''+m''n'+n'n'') \text{ [III]} \quad x & \text{. Donc, etc.} \end{array}$$

» Autrement :

$$\begin{array}{lll|l} a, & n'(2m''+2n'')m & \alpha & \\ \alpha, & n''(2m'+2n')m & a & 2m(m'n''+m''n'+2n'n''). \end{array}$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'mn''$ aux deux points cir-

culaires; 2° $mm''n'$ points doubles sur les tangentes de $U^{n'}$ menées des mm'' points d'intersection de U_m et $U^{n''}$; 3° $2n''mn'$ points simples sur les tangentes de $U^{n'}$ menées des points où les tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires rencontrent U_m; 4° m' points multiples d'ordre $2mn''$ situés aux m' points de $U^{n'}$.

» XXV. *On mène de chaque point* a *d'une courbe* U_m *une tangente* aθ *d'une courbe* $U^{n'}$, *et du point de contact* θ *une tangente* $\theta\theta'$ *d'une courbe* $U^{n''}$, *puis on prend sur cette tangente les deux segments* θ'x *faisant chacun avec la tangente* aθ *un produit constant* (a$\theta.\theta'$x $= \mu$) : *le lieu des points* x *est une courbe de l'ordre* $2m(m'm'' + m'n'' + n'n'')$ [X].

$$\left.\begin{array}{lll} a, & n'n''2m & \alpha \\ \alpha, & 2(m''+2n'')m'm\ [\mathrm{IX}] & a \end{array}\right| \; 2m(m'm''+m'n''+n'n'').$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''m'm$ aux deux points circulaires; 2° m'' points multiples d'ordre $2m'm$ aux m'' points θ' de $U^{n''}$; 3° $2n'mn''$ points sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des points où les tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires rencontrent U_m.

» XXVI. *De chaque point* a *d'une courbe* U_m *on mène à deux courbes* $U^{n'}$, $U^{n''}$ *deux tangentes* aθ, aθ', *et l'on prend sur la seconde* aθ' *un point* x, *d'où l'on mène à une courbe* $U^{n'''}$ *les tangentes* xθ'', *faisant chacune avec la tangente* aθ *un produit constant* (xθ''.a$\theta = \mu$) : *le lieu de ces points* x *est une courbe de l'ordre* $2mn''(m'm''' + m'n''' + 2n'n''')$ [XI].

$$\left.\begin{array}{lll} x, & n''mn'(2m'''+2n''') & u \\ u, & n'''(2m'+2n')mn'' & x \end{array}\right| \; 2m'n''(m'm'''+m'n'''+2n'n''').$$

» Autrement :

$$\left.\begin{array}{lll} a, & n'(2m'''+2n''')n''m & \alpha \\ \alpha, & n''n'''(2m'+2n')m & a \end{array}\right| . \text{ Donc, etc.}$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''mn'2n'''$, aux deux points circulaires de l'infini; 2° m''' points multiples d'ordre $2n''mn'$ aux points de $U^{n'''}$; 3° $mm'n''$ points multiples d'ordre $2n'''$ sur les $mm'n''$ tangentes de $U^{n''}$ menées des mm' points d'intersection de U_m et $U^{n'}$.

» XXVII. *On mène de chaque point* a *d'une courbe* U_m *une tangente* aθ *à une courbe* $U^{n'}$, *et du point de contact une tangente* $\theta\theta'$ *à une courbe* $U^{n''}$; *sur celle-ci on prend un point* x *tel, qu'une tangente* xθ'' *menée de ce point à une courbe* $U^{n'''}$ *ait un produit constant avec la première tangente* aθ, (aθ.x$\theta'' = \mu$) : *le lieu de ce point* x *est une courbe de l'ordre* $2mn''(m'm''' + 2m'n''' + n'n''')$.

$$\left.\begin{array}{lll} x, & n''m'm(2m'''+2n''') & u \\ u, & n'''(2m'+2n')mn'' & x \end{array}\right| \; 2mn''(m'm'''+2m'n'''+n'n''')\ [\mathrm{XII}].$$

» Autrement :

$$\left.\begin{array}{lll} a, & n'n''n'''2m & \alpha \\ \alpha, & 2mn''(m'''+2n''')\,[\mathrm{XI}] & a \end{array}\right| \; 2mn''(m'm'''+2n'n'''+n'n'''.$$

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n''m'mn'''$ aux deux points circulaires; 2° $mm'n''$ points multiples d'ordre $2n'''$ sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des mm' points d'intersection de U_m et $U^{n'}$; 3° $2n'mn''n'''$ points sur les tangentes de $U^{n''}$ menées des points de contact des tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires; 4° m''' points multiples d'ordre $2n''m'm$ aux m''' points de $U^{n'''}$.

» Les théorèmes suivants vont être une généralisation de quelques propriétés des courbes, qui s'expriment en rayons vecteurs émanés d'un point fixe. On substitue au point fixe une courbe $U^{n'}$; et les rayons vecteurs deviennent des segments comptés sur les tangentes de cette courbe à partir de leur point de contact.

» XXVIII. *La tangente de chaque point* θ *d'une courbe* $U^{n'}$ *rencontre une courbe* U_m *en* m *points* a; *si l'on prend sur cette tangente les segments* θx *qui ont chacun avec un segment* θa *un produit constant* ($\theta a.\theta x = \mu$), *le lieu des points* x *est une courbe de l'ordre* $2m(m'+n')$.

$$\left.\begin{array}{lll} x, & n'm2 & x \\ u, & 2(m'+n')m\,[\mathrm{II}] & u \end{array}\right| \; 2m(m'+2n').$$

» Il y a $2mn'$ solutions étrangères dues aux points x qui se trouvent sur les tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires de l'infini. Il reste $2m(m'+n')$. Donc, etc.

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'm$ aux deux points circulaires; 2° m' points multiples d'ordre m aux m' points de $U^{n'}$; 3° mm' points sur les tangentes de $U^{n'}$ en ses mm' points d'intersection avec U_m.

» Lorsque $U^{n'}$ se réduit à un point, $m'=0$, $n'=1$, et la courbe est d'ordre $2m$.

» Le théorème général exprime donc une généralisation de la transformation *par rayons vecteurs réciproques*.

» XXIX. *La tangente de chaque point* θ *d'une courbe* $U^{n'}$ *rencontre une courbe* U_m *en* m *points* a; *si l'on prend sur cette tangente les segments* xa *faisant chacun avec le segment* xθ *un produit constant*, ($xa.x\theta = \mu$), *le lieu des points* x *est une courbe de l'ordre* $2m(m'+2n')$.

$$\left.\begin{array}{lll} x, & n'm2 & u \\ u, & 2m(m'+n')\,[\mathrm{XXIV}] & x \end{array}\right| \; 2m(m'+3n').$$

» Il y a $2mn'$ solutions étrangères, dues aux points x de L situés sur

les tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires de l'infini. Il reste $2m(m'+2n')$.

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre mn' aux deux points circulaires; 2° m points multiples d'ordre $2n'$ aux m points de U_m; 3° m' points multiples d'ordre $2m$ aux m' points de $U^{n'}$.

» XXX. *La tangente de chaque point* θ *d'une courbe* $U^{n'}$ *rencontre une courbe* U_m *en* m *points* a; *on prend sur cette tangente les segments* ax *ayant chacun avec le segment* aθ *un produit constant*, ($\mathrm{ax}.\mathrm{a}\theta=\mu$) : *le lieu des points* x *est une courbe de l'ordre* $2\mathrm{m}(\mathrm{m}'+2\mathrm{n}')$.

$$\begin{array}{lll|l} x, & n'm2 & u & \\ u, & (2m'+4n')m\ [\mathrm{I}] & x & 2m(m'+3n'). \end{array}$$

» Il y a $2mn'$ solutions étrangères, dues aux points x de L situés sur les tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires. Il reste $2m(m'+2n')$.

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'm$ aux deux points circulaires; 2° m points multiples d'ordre $2n'$ aux m points de U_m; 3° mm' points doubles sur les tangentes de $U^{n'}$ en ses mm' points d'intersection avec U_m.

» XXXI. *La tangente en chaque point* θ *d'une courbe* $U^{n'}$ *rencontre deux courbes* U_m, U_{m_1} *en des points* a, a$_1$; *on prend sur la tangente les deux segments* θx *dont chacun fait avec un segment* aa$_1$ *un produit constant* ($\theta\mathrm{x}.\ \mathrm{aa}_1=\mu$) : *le lieu des points* x *est une courbe de l'ordre* $2\mathrm{mm}_1(\mathrm{m}'+2\mathrm{n}')$.

$$\begin{array}{lll|l} x, & n'mm_1 2 & u & \\ u, & 2m(m'+2m')m_1\ \ [\mathrm{V}] & x & 2mm_1(m'+3n'). \end{array}$$

» Il y a $2mm_1n'$ solutions étrangères dues aux points x de L qui se trouvent sur les tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires de l'infini. Il reste $2mm_1(m'+2n')$.

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'mm_1$ aux deux points circulaires; 2° mm_1n' points doubles sur les tangentes de $U^{n'}$ menées des mm_1 points d'intersection des deux courbes U_m, U_{m^1}; 3° m' points multiples d'ordre $2mm_1$ aux m' points θ de $U^{n'}$.

» XXXII. *Le lieu d'un point* x *d'où l'on mène à une courbe* $U^{n'}$ *une tangente* xθ *qui rencontre deux courbes* U_m, U_{m_1} *en des points* a, a$_1$ *tels, que le produit des segments* θa, xa$_1$ *soit constant, est une courbe de l'ordre* $2mm_1(m'+2n')$.

$$\begin{array}{lll|l} x, & n'mm_1 2 & u & \\ u, & 2m(m'+2n')m_1\ [\mathrm{IX}] & x & 2mm_1(m'+3n'). \end{array}$$

» Il y a $2n'mm_1$ solutions étrangères dues aux points x de L qui

trouvent sur les tangentes de $U^{n'}$ issues des deux points circulaires de l'infini. Il reste $2mm_1(m'+2n')$. Donc, etc.

» La courbe a, à l'infini : 1° deux points multiples d'ordre $n'mm_1$ aux deux points circulaires; 2° m_1 points multiples d'ordre $2n'm$ aux m_1 points de U_{m_1}; 3° mm' points multiples d'ordre $2m_1$ sur les tangentes de $U^{n'}$ aux mm' points d'intersection de cette courbe et de U_m.

» Le théorème se peut conclure comme réciproque du précédent.

» XXXIII. Je prends un autre exemple dans la théorie des systèmes de courbes exprimés par les deux caractéristiques (μ, ν).

» *On a une courbe* U_m, *une courbe* $U^{n'}$, *et un système* (μ, ν) *de courbes* U_{m_1}; *par chaque point* a *de* U_m *passent* μ *courbes* U_{m_1}, *qui coupent chaque tangente de* $U^{n'}$ *menée du point* a *en* $\mu(m_1-1)$ *points* x : *le lieu de ces points est une courbe de l'ordre* $\mu n' m(2m_1-1)$.

$$\left.\begin{array}{lll} x, & \mu m_1 m n' & u \\ u, & n' m \mu m_1 & x \end{array}\right| \; 2\mu m m_1 n'.$$

» Il y a $m\mu n'$ solutions étrangères dues aux m points x de L situés sur U_m. Il reste $\mu n' m(2m_1-1)$. Donc, etc.

» Lorsque $U^{n'}$ est un point O, $n'=1$, et l'on reconnaît immédiatement que la courbe a en O un point multiple d'ordre $\mu n' mm_1$ et $\mu n' m(m_1-1)$ points sur une droite passant par ce point; ce qui fait $\mu n' m(2m_1-1)$ sur cette droite. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Note sur le développement de* $\cos mx$ *et* $\sin mx$, *suivant les puissances de* $\sin x$; par M. YVON VILLARCEAU.

« Les procédés en usage pour effectuer le développement de $\cos mx$ et $\sin mx$ suivant les puissances de $\sin x$ sont compliqués, tandis que les résultats sont fort simples. On peut dès lors supposer, d'après une remarque de Lamé, qu'il existe un mode d'opérer, dont le degré de simplicité soit conforme à celui du résultat. Les analystes trouveront sans doute que celui que nous allons exposer laisse peu à désirer du côté de la simplicité.

» Le multiplicateur m, conformément à l'usage, est supposé un nombre entier.

» 1° *Développement de* $\cos mx$. — Cette fonction étant paire et se réduisant à l'unité quand la variable x est nulle, on peut poser

(1) $$\cos mx = 1 + A_2 \sin^2 x + A_4 \sin^4 x + A_6 \sin^6 x + \ldots .$$

Différentions deux fois cette équation, il viendra

$$-m\sin mx = (2A_2\sin x + 4A_4\sin^3 x + 6A_6\sin^5 x + \ldots)\cos x,$$

$$-m^2\cos mx = (2A_2 + 3.4A_4\sin^2 x + 5.6A_6\sin^4 x + \ldots)\cos^2 x - (2A_2\sin^2 x + 4A_4\sin^4 x + 6A_6\sin^6 x + \ldots).$$

Remplaçons, dans cette dernière, $\cos^2 x$ par $1 - \sin^2 x$, nous aurons

$$-m^2\cos mx = 2A_2 + \left.\begin{matrix}3.4A_4 \\ -2^2A_2\end{matrix}\right|\sin^2 x + \left.\begin{matrix}5.6A_6 \\ -4^2A_4\end{matrix}\right|\sin^4 x + \left.\begin{matrix}7.8A_8 \\ -6^2A_6\end{matrix}\right|\sin^6 x + \ldots$$

Si maintenant nous multiplions par m^2 le développement (1) et que nous ajoutions membre à membre, avec l'équation que nous venons de former, nous aurons

$$0 = m^2 + 2A_2 + [3.4A_4 + (m^2 - 2^2)A_2]\sin^2 x + [5.6A_6 + (m^2 - 4^2)A_4]\sin^4 x + [7.8A_8 + (m^2 - 6^2)A_6]\sin^6 x + \ldots$$

» En égalant à zéro les coefficients des diverses puissances de $\sin x$ et tirant ensuite les valeurs des inconnues, on obtient immédiatement

$$(2)\quad \begin{cases} A_2 = -\dfrac{m^2}{2}, \quad A_4 = +\dfrac{m^2(m^2-2^2)}{2.3.4}, \quad A_6 = -\dfrac{m^2(m^2-2^2)(m^2-4^2)}{2.3.4.5.6}, \\ A_8 = +\dfrac{m^2(m^2-2^2)(m^2-4^2)(m^2-6^2)}{2.3.4.5.6.7.8} \ldots \end{cases}$$

» 2° *Développement de* $\sin mx$. — Cette fonction étant impaire et s'annulant avec x, on peut poser

$$(3)\quad \sin mx = B_1\sin x + B_3\sin^3 x + B_5\sin^5 x + B_7\sin^7 x + \ldots;$$

d'où, en différentiant deux fois,

$$(4)\quad \begin{cases} m\cos mx = (B_1 + 3B_3\sin^2 x + 5B_5\sin^4 x + 7B_7\sin^6 x + \ldots)\cos x, \\ -m^2\sin mx = (2.3B_3\sin x + 4.5B_5\sin^3 x + 6.7B_7\sin^5 x + \ldots)\cos^2 x \\ \qquad - (B_1\sin x + 3^2.B_3\sin^3 x + 5^2.B_5\sin^5 x + \ldots). \end{cases}$$

Remplaçant $\cos^2 x$ par $1 - \sin^2 x$, cette expression devient

$$-m^2\sin mx = (2.3B_3 - B_1)\sin x + (4.5B_5 - 3^2B_3)\sin^3 x + (6.7B_7 - 5^2B_5)\sin^5 x + \ldots;$$

multipliant (3) par m^2 et ajoutant membre à membre avec l'équation que l'on vient d'écrire, il vient

$$(5)\quad \begin{cases} 0 = [2.3B_3 + (m^2 - 1^2)B_1]\sin x + [4.5B_5 + (m^2 - 3^2)B_3]\sin^3 x \\ \qquad + [6.7B_7 + (m^2 - 5^2)B_5]\sin^5 x + \ldots. \end{cases}$$

» Pour déduire de cette identité les valeurs des coefficients qu'elle renferme, il est nécessaire de connaître B_1; or, si l'on fait dans (4) $x = 0$, il vient $m = B_1$.

» Au moyen de cette valeur, l'identité (5) conduit aux déterminations suivantes :

$$(6)\left\{\begin{aligned} &B_1 = m,\quad B_3 = -\frac{m(m^2-1^2)}{2.3},\quad B_5 = +\frac{m(m^2-1^2)(m^2-3^2)}{2.3.4.5},\\ &\qquad B_7 = -\frac{m(m^2-1^2)(m^2-3^2)(m^2-5^2)}{2.3.4.5.6.7},\ \ldots \end{aligned}\right.$$

» Les développements proposés sont ainsi

$$(7)\left\{\begin{aligned} \cos mx &= \frac{1}{1} - \frac{m^2}{1.2}\sin^2 x + \frac{m^2(m^2-2^2)}{1.2.3.4}\sin^4 x\\ &\quad - \frac{m^2(m^2-2^2)(m^2-4^2)}{1.2.3.4.5.6}\sin^6 x\\ &\quad + \frac{m(m^2-2^2)(m^2-4^2)(m^2-6^2)}{1.2.3.4.5.6.7.8}\sin^8 x + \ldots\\ \sin mx &= \frac{m}{1}\sin x - \frac{m(m^2-1^2)}{1.2.3}\sin^3 x + \frac{m(m^2-1^2)(m^2-3^2)}{1.2.3.4.5}\sin^5 x\\ &\quad - \frac{m(m^2-1^2)(m^2-3^2)(m^2-5^2)}{1.2.3.4.5.6.7}\sin^7 x + \ldots \end{aligned}\right.$$

» En procédant de la même manière, à l'égard des fonctions hyperboliques, on aurait

$$(8)\left\{\begin{aligned} \mathfrak{Cos}\, mx &= \frac{1}{1} + \frac{m^2}{1.2}\mathfrak{Sin}^2 x + \frac{m^2(m^2-2^2)}{1.2.3.4}\mathfrak{Sin}^4 x\\ &\quad + \frac{m^2(m^2-2^2)(m^2-4^2)}{1.2.3.4.5.6}\mathfrak{Sin}^6 x + \ldots,\\ \mathfrak{Sin}\, mx &= \frac{m}{1}\mathfrak{Sin}\, x + \frac{m(m^2-1^2)}{1.2.3}\mathfrak{Sin}^3 x + \frac{m(m^2-1^2)(m^2-3^2)}{1.2.3.4.5}\mathfrak{Sin}^5 x\\ &\quad + \frac{m(m^2-1^2)(m^2-3^2)(m^2-5^2)}{1.2.3.4.5.6.7}\mathfrak{Sin}^7 x + \ldots \end{aligned}\right.$$

» Au reste, l'un des systèmes (7) et (8) peut se déduire de l'autre, en ayant égard aux relations entre les fonctions circulaires et hyperboliques correspondantes de deux variables x et $x\sqrt{-1}$.

» Les développements des cosinus ne se réduisent à un nombre limité de termes que si m est pair; ceux des sinus ne sont limités que dans le cas de m impair : néanmoins les séries qui donnent $\overset{\cos}{\underset{\sin}{.}}\, mx$ sont convergentes quel que soit l'entier m; les séries $\overset{\mathfrak{Cos}}{\underset{\mathfrak{Sin}}{}}\, mx$ ne sont convergentes que pour des valeurs de $\mathfrak{Sin}^2 x < 1$. »

PHYSIQUE. — *Sur le maximum de la puissance répulsive possible des rayons solaires.* Note de M. G.-A. Hirn.

« L'attention du monde scientifique entier a été attirée, dans ces derniers temps, sur les phénomènes singuliers étudiés par M. Crookes avec le radiomètre. La conclusion qui s'est présentée à l'esprit de beaucoup de personnes, c'est que ces phénomènes relèvent d'une action impulsive des rayons lumineux, et qu'il est ainsi bien démontré enfin que la lumière est un mouvement de la matière pondérable. Toutefois, les phénomènes découverts par M. Crookes n'ont pas tardé à être élucidés, sinon déjà dans leur cause, du moins dans leur forme et dans leur point de départ. L'ingénieuse contre-épreuve à laquelle M. Arthur Schuster les a soumis met en effet hors de doute que ce n'est nullement l'action directe des rayons émanés de la source lumineuse qui détermine le mouvement des ailettes du radiomètre, mais que la puissance répulsive ici en jeu a son siége dans les parois mêmes du vase diaphane servant d'enveloppe au moulinet, et que cette puissance est éveillée par le faisceau de lumière dirigé sur l'appareil. Comme l'explication réelle de l'ensemble des phénomènes n'a pas encore été donnée et que l'hypothèse de la matérialité et de la force impulsive de la lumière ne sera probablement pas abandonnée de sitôt, j'ai cru utile de soumettre encore cette hypothèse à l'épreuve de la *méthode d'élimination successive*.

» Dans la théorie de l'émission, les phénomènes de la lumière et de la chaleur rayonnante sont attribués à des particules réellement projetées avec des vitesses variables, par les corps lumineux ou chauds. Les raisonnements sur lesquels repose la réfutation de cette doctrine nous conduisent à des conséquences importantes. C'est ce qu'on va voir immédiatement.

» Dans la conception de Newton, ce ne sont point les particules lancées par les corps lumineux ou chauds qui produisent en nous les sensations de lumière et de chaleur; ces sensations seraient dues aux vibrations de l'éther excitées par ces particules en mouvement. D'après le principe de l'équivalence des forces, il est évident que la dépense de force totale que représentent les particules lancées par un corps chaud dans l'unité de temps équivaut intégralement au travail mécanique total que peut produire aussi dans l'unité de temps la chaleur éveillée dans un corps par le choc de ces particules. Si nous désignons par Q la quantité de chaleur développée dans l'unité de temps par une radiation calorifique frappant norma-

lement un corps de 1 mètre carré de surface, on a

$$\left(\frac{\mu V^2}{2}\right) = Q\,425 = F,$$

μ étant la masse totale des particules qui, dans l'unité de temps, frappent le corps. Il est de plus très-clair que, dans cette hypothèse aussi, le choc des μ doit produire sur les corps opaques une pression, une tendance au recul, une *répulsion* en un mot. Cette pression est facile à déterminer.

» La vitesse moyenne des particules lumineuses et calorifiques étant V, on a en effet

$$p = \frac{F}{V},$$

pour l'expression de l'effort moteur, de la pression totale, de la répulsion qu'exercent la lumière et la chaleur *matérialisées* par hypothèse, sur un plan de 1 mètre carré, si les particules μ sont absorbées en totalité; et

$$p = \frac{2F}{V},$$

pour la même expression, si les μ sont réfléchis en totalité.

» Donnons de suite une application numérique de cette équation. Prenons pour exemple la radiation solaire. D'après l'ensemble des expériences les mieux faites, 1 kilogramme d'eau exposée au rayonnement solaire, sur une surface de 1 mètre carré, s'échauffe par seconde de

$$\frac{17^\circ,630}{60''} = 0^\circ,293833,$$

ou reçoit $0^{\text{cal}},293833$; ce qui répond à un travail de

$$425 . 1 . 0^\circ,293833 = 0^{\text{cal}},293833 . 425 = 124^{\text{kgm}},8792$$

par seconde.

» La pression par mètre carré serait

$$p = 124,8792 : 300400000 = 0^{\text{gr}},0004157,$$

pour une surface noire, et $0^{\text{gr}},0008314$ pour une surface parfaitement réfléchissante, soit un peu plus de 4 et de 8 dixièmes de milligramme.

» Voici maintenant où et comment intervient ce que j'ai appelé plus haut la *méthode d'élimination successive*.

» Dans la théorie de l'émission, *toute* la puissance motrice de la chaleur est représentée par $\left(\frac{\mu V^2}{2}\right)$. La pression, l'effort moteur $\left(\frac{F}{V}\right)$ ou $\left(\frac{2F}{V}\right)$ *est, par suite, un maximum*. Étant, quant à la radiation solaire par exemple, ad-

mis comme correct l'échauffement $0^{cal},293833$ produit, par mètre carré, à la surface de la Terre, les deux pressions $0^{gr},0004157$ et $0^{gr},0008314$ *sont nécessairement les plus grandes possibles,* pour une surface parfaitement absorbante ou parfaitement réfléchissante; en toute hypothèse, attribuant les phénomènes de chaleur et de lumière à des mouvements de la matière pondérable. Dans l'un des derniers *Comptes rendus,* M. Ledieu, admettant que la lumière est un mouvement vibratoire de la matière, a très-bien montré comment ce genre de mouvement peut déterminer la répulsion d'une plaque librement suspendue et exposée au rayonnement; mais ce qui est bien clair, c'est que, quelle que soit l'espèce de mouvement auquel on recourt, cette répulsion pourra *tout au plus* égaler, et ne pourra jamais surpasser $\left(\frac{F}{V}, \frac{2F}{V}\right)$.

» Si donc une expérience quelconque, faite avec le radiomètre ou tout autre instrument, vient à donner, pour la répulsion solaire, par exemple, une valeur supérieure à $0^{gr},0004157$ ou $0^{gr},0008314$, nous devrons forcément en conclure que cette répulsion ne relève nullement d'une impulsion directe; et les expressions de densité, de masse, etc., de la lumière, employées à titre d'explication, devront être rejetées.

» M. Crookes, si je ne fais erreur, a évalué à 1 gramme par mètre carré de surface la répulsion apparente exercée par les rayons solaires. Cette pression est plus de mille fois supérieure à la valeur maxima possible pour les corps réflecteurs, et plus de deux mille fois supérieure à la valeur maxima possible pour les corps absorbants. Nous pouvons donc affirmer que les phénomènes que nous a fait connaître M. Crookes ne relèvent en rien d'un effet d'impulsion de la lumière, et n'impliquent en rien l'idée de masse, de densité, quant à la lumière et à la chaleur rayonnante.

» Ainsi que l'ont montré M. Faye d'abord, et puis M. Roche, l'ensemble des phénomènes cométaires s'explique très-bien par l'intervention d'une puissance répulsive très-faible, quelle qu'en soit d'ailleurs la nature, due à la radiation du Soleil et combinée avec l'attraction de cet astre; personne, si je ne me trompe, n'a même su correctement expliquer ces phénomènes autrement. L'existence d'une telle répulsion toutefois ne prouve pas le moins du monde que la lumière et la chaleur soient des mouvements de la matière pondérable. Les hypothèses explicatives que l'on propose aujourd'hui si généralement quant aux répulsions ou aux attractions électriques, magnétiques, calorifiques, et quant à la cause de la pesanteur elle-même, ne satisfont l'esprit que sous une face et qu'à la condition

qu'on laisse soigneusement dans l'ombre les faits très-nombreux qui les réfutent.

» Quelque interprétation qu'on adopte, quant aux phénomènes des impondérables de l'ancienne Physique, toutes les fois qu'on voudra traduire ces phénomènes sous forme mathématique, on sera obligé d'introduire dans les équations le principe de l'équivalence des forces et de la conservation du travail.

» Lorsqu'il s'agira, par exemple, de l'action de la chaleur solaire par mètre carré et par seconde à la surface de la Terre, l'égalité numérique *indestructible*

$$\left(\frac{\mu V^2}{2}\right) = F = \int e\,dx + c$$

figurera nécessairement dans les équations. Le calcul donnera toujours pour ρ la même valeur maxima, en toute hypothèse sur la nature de la chaleur, et ce serait s'abuser étrangement que de conclure de là à la *réalité physique* du terme $\left(\frac{\mu V^2}{2}\right)$.

» La valeur maxima, que nous avons déterminée quant à l'action du Soleil, prise comme point de départ, est en somme extrêmement faible. C'est ce qui explique l'insuccès des tentatives très-nombreuses qui ont été faites jusqu'ici pour constater cette répulsion; c'est ce qui explique aussi les fausses conclusions qu'on a tirées à plusieurs reprises des résultats apparents donnés par certaines expériences. Applique-t-on à cette constatation des instruments trop peu sensibles, les résultats sont nuls; y applique-t-on des appareils d'une haute sensibilité, de nombreuses causes de troubles interviennent, et toute conclusion devient impossible.

» Je ne rappellerai ici que deux de ces causes.

» 1° Quelque bien qu'on prétende aujourd'hui faire le vide dans le vase où l'on place le radiomètre ou la balance de torsion, il y reste pourtant des quantités *relativement énormes* de gaz ou de vapeur. La pression maxima que peut exercer la radiation solaire sur 1 mètre carré de surface absorbante est $0^{gr},0004157$; supposons que les plaques du radiomètre ou de la balance de torsion aient 10 centimètres carrés, la pression maxima sur ces plaques sera $0^{gr},000004157$ ou un peu plus de $\frac{4}{1000000}$ de gramme.

» La plus petite agitation de la petite quantité de gaz restant dans l'appareil produira sur le radiomètre des pressions comparables à celle-ci.

» 2° Quelque diaphane que soit l'enveloppe du radiomètre, elle absorbe pourtant une partie des rayons calorifiques ou lumineux : l'une de ses faces

s'échauffe plus vite que l'autre. Cette inégalité de température y détermine nécessairement la polarité électrique, ou la manifestation de l'électricité statique. Le vide, dit-on, est tellement bien fait dans l'appareil que l'étincelle électrique ne le traverse plus. Mais les attractions ou répulsions électriques traversent ce vide. Si faible que soit cette cause d'attraction ou de répulsion, elle peut cependant avoir une valeur considérable par rapport à notre maxima $0^{gr},000004157$.

» Ces remarques montrent combien une démonstration expérimentale correcte de la répulsion calorifique est délicate à produire. »

PHYSIQUE. — *Nouvelles considérations expérimentales sur le radiomètre de M.* Crookes. Note de M. A. **Ledieu.**

« Depuis mes dernières Communications à l'Académie sur le radiomètre de M. Crookes, je n'ai pas cessé d'étudier les nombreuses expériences auxquelles on a soumis et auxquelles on continue à soumettre l'instrument, tant en France qu'à l'étranger.

» Ces expériences tendent à devenir de moins en moins favorables à la théorie de l'appareil basée sur les mouvements des gaz et des vapeurs restés à l'intérieur de l'ampoule, après qu'on y a fait le vide. Cette théorie, on le sait, se subdivise elle-même en diverses doctrines, dont l'exposé très-complet et très-lucide vient d'être donné par M. Bertin, dans le numéro de juin des *Annales de Chimie et de Physique*. L'objection capitale que les mécaniciens opposent à ces différentes explications, c'est qu'elles se réduisent toutes à admettre que le tourniquet n'est, en définitive, qu'un appareil à réaction. Or dans ces sortes d'appareils, eu égard à l'impossibilité pour la force motrice de s'engendrer rapidement avec une constance suffisante d'intensité, il ne se produit jamais que des rotations accompagnées de ralentissements et de soubresauts, ce qui est loin d'être conciliable avec la parfaite régularité du radiomètre. Par ailleurs, la théorie en question exige expressément qu'il n'y ait jamais équilibre de température entre les gaz de l'ampoule et les palettes du tourniquet. Mais comment admettre que, dans tout essai, cet équilibre ne s'établisse pas à la longue. Dès lors, la rotation devrait finir par s'arrêter, au lieu de se maintenir indéfiniment à la même vitesse.

» Voici, du reste, de nouvelles expériences qui paraissent difficiles à expliquer par les mouvements des gaz à l'intérieur de l'ampoule :

» 1° On chauffe l'instrument presque jusqu'au rouge; le moulinet se

met à tourner; mais sa rotation s'accélère sensiblement par la présence momentanée d'une simple flamme, qui vient joindre son action à celle de la chaleur *rayonnante*. Cette expérience est de M. Alvergniat.

» 2° Dans notre Communication du 8 juin, nous avons annoncé que nous avions fait construire un appareil avec palettes à faces exclusivement polies, et nous avons cité une expérience faite sur cet appareil. Depuis lors, M. Bertin a complétement élargi notre expérience et a renouvelé devant nous ses nouveaux essais. On obtient une rotation complète, ininterrompue et aussi franche et rapide qu'avec un radiomètre ordinaire exposé en pleine lumière, en faisant tomber un faisceau de rayons solaires sur un seul des deux hémisphères de l'ampoule. En outre, le mouvement a bien lieu, conformément à nos prévisions, comme si la lumière repoussait les palettes attaquées; et l'on ne parvient jamais à obtenir un mouvement en sens contraire.

» 3° M. Bertin a encore essayé devant nous trois nouveaux types de radiomètres : l'un possède huit palettes inclinées d'un même côté, sous un angle de 45 degrés, par rapport à l'axe vertical du tourniquet. Toutes les palettes sont en mica, et ont leurs deux faces noircies. En faisant arriver, suivant une direction horizontale, de la lumière exclusivement dans l'hémisphère supérieur, ou dans l'hémisphère inférieur, on obtient une rotation rapide et franche, qui se produit sans cesse dans le sens correspondant à une répulsion apparente des faces frappées.

» Dans le second des types en question, les quatre palettes verticales habituelles, toujours en mica, ont une de leurs faces recouverte d'une feuille très-mince de laiton. La rotation s'opère là dans les mêmes conditions que d'habitude, le sens ayant lieu comme si le laiton était repoussé. Toutefois, le mouvement est ici incomparablement plus rapide qu'avec tout autre type, et, naturellement, il se perpétue beaucoup plus longtemps, après qu'on a soustrait l'appareil à la cause motrice.

» Enfin, le troisième type sus-mentionné possède des palettes en mica ayant une face recouverte d'une couche d'aluminium et l'autre face noircie. La rotation s'exécute comme si cette dernière face était repoussée. Cet instrument offre de particulier, par rapport à tous les autres types, la production d'un mouvement rétrograde très-vif et d'une durée importante, après que l'instrument a été soustrait à la cause motrice du mouvement primitif. On est porté à penser qu'il existe ici un échange très-actif de radiations entre la matière des palettes et le milieu ambiant, jusqu'à ce que l'équilibre de température ait été complétement établi avec ce milieu.

» En somme, les ingénieurs, les fabricants et les mécaniciens, qui suivent de près toutes les péripéties du jeu des divers types de radiomètres, inclinent de plus en plus en faveur d'une théorie basée sur la *radiation lumineuse* ou *calorifique;* et, lorsqu'on veut leur imposer une autre doctrine, le mot de Galilée échappe en quelque sorte de leurs lèvres, en faveur de la radiation.

» Notre manière de voir à cet égard a été exposée *in extenso* dans les *Comptes rendus* des 28 mai, 5 et 12 juin. Elle repose, si l'on s'en souvient, sur une action mécanique de l'éther *perpendiculaire* à la direction des rayons de propagation, et non dans le sens même de ces rayons. Jusqu'à nouvel ordre, elle paraît aux praticiens l'explication la plus rationnelle, ou, pour parler avec plus de réserve, l'explication la moins inacceptable. Elle est, en effet, corroborée par la plupart des expériences qui ont été entreprises exprès pour la vérifier. De plus elle ne se trouve en contradiction flagrante avec aucun des autres essais auxquels elle ne s'associe pas d'emblée. Enfin, elle est de nature à calmer les légitimes inquiétudes des partisans du système des ondulations, inquiétudes dont M. Govi s'est fait l'interprète dans sa dernière Communication. Si ce physicien distingué avait été au courant de nos Notes antérieures, peut-être eût-il modifié son sentiment, ou, au moins, aurait-il émis quelque raison péremptoire pour combattre notre opinion. Sa principale préoccupation semble être qu'aucune sorte de vibration ne saurait produire de mouvement d'ensemble. Il va même, pour affirmer son idée, jusqu'à avancer qu'*il est impossible aux sons d'un instrument de musique d'entraîner une plume ou un atome de poussière dans la direction suivant laquelle ils se propagent*. Il existe sur ce sujet de nombreux travaux, notamment de M. W. Thomson, qui sont loin de donner créance à cette impossibilité. Il y a, au surplus, une expérience très-simple qui condamne absolument l'assertion dont il s'agit : elle consiste à placer la main à l'extrémité supérieure des gros tuyaux d'orgue de 32 pieds de haut; l'énergie avec laquelle la main est secouée suffit pour trancher la question.

» Il nous reste à dire qu'en Allemagne on penche vers une explication reposant sur l'électricité. On se base pour cela sur l'expérience, également renouvelée devant nous par M. Bertin, que dans un radiomètre avec palettes à faces exclusivement polies, et où l'un des hémisphères de l'ampoule est traversé horizontalement par une étincelle électrique continue, le tourniquet prend une rotation rapide toujours à l'opposé du sens de l'étincelle, ce sens étant entendu suivant la convention habituelle. Maintenant

ira-t-on, dans cette nouvelle voie, supposer qu'il s'établit sur les palettes des courants thermo-électriques tournant sous l'action du courant terrestre. L'agencement métallique du tourniquet ne se prête guère à cette hypothèse. Au surplus, nous sommes prêt à donner une explication de ce nouveau phénomène, en harmonie avec notre manière de voir sur le mode d'action mécanique des vibrations de l'éther.

» En tout état de cause, le radiomètre de M. Crookes nous semble un instrument très-sérieux, et non un appareil paradoxal, appelé, après avoir joui d'une vogue scientifique éphémère, à tomber dans le domaine exclusif de la physique amusante. Son étude expérimentale, poursuivie sous toutes les formes, avec une infatigable persévérance, conduira certainement à des résultats considérables sur la connaissance des propriétés mécaniques de l'éther. »

HYDRAULIQUE. — *Propriétés communes aux canaux, aux rivières, et aux tuyaux de conduite à régime uniforme* (1re partie); par M. P. Boileau.

« 1. Je rappellerai d'abord que, d'après mes recherches antérieures, *les mouvements des fluides sont périodiques :* lorsque la section, la pente et l'alimentation d'un courant sont sensiblement constantes, la vitesse de translation de chaque molécule passe, à des intervalles égaux de temps, par des valeurs égales, et l'on peut, dans les calculs relatifs aux travaux des ingénieurs, la remplacer par celle du *moyen mouvement* que les bons instruments d'observation font connaître. C'est à ces moyens mouvements que doit être appliquée l'expression de *régime uniforme* (*); leur vitesse, que je désignerai par v, est de plus en plus grande à partir des parois d'un courant jusqu'à une file de molécules que je nommerai *filet principal*. Un courant à régime uniforme peut être regardé comme composé de *nappes* minces dont chacune est constituée de toutes les molécules ayant une même vitesse v; par suite de la continuité de l'accroissement précité, l'une de ces vitesses est égale à la vitesse moyenne U, quantité dont le produit par l'aire Ω des sections du courant mesure le volume fluide débité dans l'unité de temps; je nommerai *nappe principale* celle pour laquelle cette égalité a lieu. Dans les tuyaux

(*) Pour apprécier l'utilité pratique de l'étude de ce régime, il suffit de remarquer que c'est celui des canaux et des tuyaux de conduite bien établis, et qu'il se rencontre souvent dans les parties rectilignes ou faiblement courbes des rivières à lit érosible.

de conduite en usage, qui sont l'objet de ma précédente Note (*), les nappes liquides ont pour axe commun celui du tuyau; dans les canaux et les rivières, les plus voisines des parois leur sont également parallèles (**), mais ce parallélisme s'altère progressivement à mesure que les nappes sont plus rapprochées du filet principal, de telle manière que leur profil transversal paraît tendre à devenir circulaire (***).

» 2. Pour énoncer une cinquième notion préliminaire, considérons, dans un courant liquide, le corps limité transversalement, à un instant déterminé, par deux sections de ce courant situées à une distance quelconque l l'une de l'autre : en cet instant, le centre de gravité G du volume Ωl, et les centres de gravité particuliers s de ses nappes, sont dans un même plan P normal, comme les deux sections précitées, à la direction du courant, puis ils s'éloignent inégalement de ce plan supposé fixe : à la fin de l'unité de temps, la longueur des nappes du corps fluide considéré est, par suite de l'uniformité du régime, la même qu'au commencement, de sorte que les distances des points s au plan P sont devenues égales aux vitesses v (****); quant à celle du point G, elle a acquis une valeur x, facile à obtenir de diverses manières; si, par exemple, en ce dernier instant, on applique par rapport au même plan le théorème général des moments des centres de gravité d'un système matériel, on a, en désignant par ω l'aire de la section d'une nappe, et remarquant que, pour un liquide à régime uniforme, la densité est une constante, $\Sigma \omega v = \Omega x$; or, la somme $\Sigma \omega v$, qui comprend

---

(*) Voir les *Comptes rendus*, séance du 13 mars 1876.

(**) L'égalité, au moins très-approximative, des vitesses des filets en contact avec les parois, égalité que l'on peut regarder comme prouvée par de nombreux résultats d'observation, s'explique en considérant que l'action motrice de la gravité est la même pour tous, et que la résistance des parois est indépendante de la pression statique : un défaut d'uniformité dans leur rugosité, et des angles rentrants, peuvent, il est vrai, troubler cette égalité, mais les différences de vitesse qui en résultent dans le lit, ordinairement homogène, d'un même courant, sont insignifiantes.

(***) Cette tendance est vraisemblablement due à une sorte d'attraction qui résulte des différences de vitesse des nappes, comme le prouvent les phénomènes de la communication latérale du mouvement.

(****) Les bases d'amont et d'aval du corps fluide considéré sont devenues des surfaces courbes dont chacune représenterait géométriquement, en ce dernier instant, la loi de l'accroissement des vitesses v, et qui s'allongent ensuite progressivement : cette variation continue de la forme d'un système des mêmes molécules pourrait être nommée *déformation latente*.

toutes les nappes du corps considéré, est évidemment égale au volume liquide que le courant débite dans l'unité de temps, et, par conséquent, $x = U$. Ainsi, *dans tout courant liquide à régime uniforme, la vitesse de translation du centre de gravité d'un système de molécules, ayant originairement pour bases deux sections de ce courant, est égale à la vitesse effective de la nappe principale et à la vitesse moyenne du courant.*

» 3. Je comparerai maintenant entre elles les lois du décroissement du mouvement translatoire des nappes dans les tuyaux de conduite, les canaux et les rivières : celle que j'ai déterminée pour le premier de ces cas dans ma précédente Note équivaut, par suite des autres relations établies en même temps, à l'équation

$$(1) \qquad V - v = (V - w)\frac{y^n}{R^n},$$

R et y étant respectivement les rayons du tuyau et de la nappe dont la vitesse est v, V la vitesse du filet principal, et w celle de la nappe en contact avec la paroi. Quant aux canaux et rivières, je rappellerai d'abord que, dans un Mémoire qui a été présenté à l'Académie en 1869, considérant seulement la tranche longitudinale du *thalweg* (*), pour laquelle on possède des résultats d'observation suffisamment exacts, j'ai démontré qu'à partir du filet principal, et jusqu'au fond du lit, la loi des vitesses des filets de cette tranche est

$$(2) \qquad v = V + c - \frac{c}{\theta^2} z^2,$$

z et θ désignant respectivement les distances verticales à la surface liquide, des filets dont les vitesses sont v et V, c étant une quantité qui, d'après les résultats partiels que j'avais obtenus, peut avoir une même valeur numérique pour de petits canaux et pour de grands fleuves; en outre, j'ai déterminé la relation

$$(3) \qquad \theta = H\sqrt{\frac{c}{V - w + c}},$$

dans laquelle H est la profondeur d'eau totale, et w la vitesse de fond, de sorte que l'équation (2) équivaut à

$$(4) \qquad V - v = \frac{V - w + c}{H^2} z^2 - c.$$

(*) J'ai conservé cette dénomination ancienne, en l'employant d'une manière précise, pour désigner la tranche liquide mince qui est le *lieu des maxima* des vitesses des filets cheminant à une même distance verticale de la surface d'un courant découvert, ou du filet supérieur dans un tuyau.

Ayant fait acquérir aux instruments d'observation une grande sensibilité, j'ai pu reconnaître qu'entre le filet principal et la surface, le décroissement du mouvement de translation n'est pas exactement le même qu'entre ce filet et le fond; néanmoins l'équation (4) peut être considérée comme une expression de la loi des vitesses des nappes liquides d'un courant découvert, si l'on regarde l'ordonnée z, qui variera de H à θ, comme celle du point inférieur d'intersection de ces nappes et de la tranche du thalweg. En effet, dans la région supérieure des courants, les vitesses des filets qui ne se trouvent pas en contact avec les parois sont toutes comprises entre V et w; en outre, d'après ce qui a été dit au n° 1, w peut être regardé comme la vitesse de la nappe en contact avec les parois latérales et le fond.

» 4. Il reste à déterminer une expression générale de la quantité c; soient λ la distance verticale du filet principal à la ligne des centres de gravité des sections liquides, et $\frac{1}{p}$H celle de cette ligne à la surface d'un courant :

$$\lambda = \frac{H}{p} - \theta = \left(\frac{1}{p} - \sqrt{\frac{c}{V - w + c}}\right) H,$$

d'où nous déduisons

$$(5) \qquad c = \frac{\left(\frac{1}{p} - \frac{\lambda}{H}\right)^2}{1 - \left(\frac{1}{p} - \frac{\lambda}{H}\right)^2} (V - w),$$

formule qui est vérifiée par les valeurs numériques citées en 1869.

» 5. Cette expression de c doit être substituée dans l'équation (4); en outre, pour la comparaison que nous avons en vue, il convient d'exprimer z en fonction de la distance y au filet principal, du point inférieur d'intersection des nappes et du thalweg, c'est-à-dire de faire

$$z = y + \theta = y + \frac{H}{p} - \lambda;$$

par suite de ces substitutions, l'équation (4) devient

$$(6) \qquad V - v = \frac{1}{1 - \left(\frac{1}{p} - \frac{\lambda}{H}\right)^2} (V - w) \left[\frac{y^2}{H^2} + 2\left(\frac{1}{p} - \frac{\lambda}{H}\right)\frac{y}{H}\right].$$

Cela posé, je ferai remarquer : 1° que la quantité V — w est, dans les équations (1) et (6), un facteur des valeurs variables de la différence entre la vitesse du filet principal et celle d'une nappe quelconque; 2° que cette

quantité $V - w$ est, dans tous les courants, égale à la somme des vitesses relatives des nappes successives, y compris celle qui se réduit au filet précité par un décroissement continu des dimensions transversales de ces nappes; 3° que, pour des canaux et des rivières dans lesquels les positions relatives de ce filet et de la ligne des centres de gravité des sections liquides seraient les mêmes que dans les tuyaux, on aurait $\lambda = 0$ et $p = 2$, c'est-à-dire que le coefficient de $V - w$ serait un nombre invariable, comme dans ce dernier cas où sa valeur est 1,00. La comparaison des équations (1) et (6) fait donc voir que, *dans les tuyaux de conduite, les canaux et les rivières, toutes les valeurs de l'excès de la vitesse du filet principal sur celle d'une nappe ont pour facteur commun une quantité proportionnelle à la somme des vitesses relatives des nappes, dans un rapport qui dépend des positions relatives du filet principal et de la ligne des centres de gravité des sections liquides.* »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant, pour la Section de Botanique, en remplacement de feu M. *Thuret*.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 36,

M. de Saporta obtient.......... 16 suffrages.
M. Godron................ 15 »
M. Duval Jouve............. 5 »

Aucun candidat n'ayant réuni la majorité absolue des suffrages, il est procédé à un deuxième tour de scrutin.

Au deuxième tour de scrutin, le nombre des votants étant 36,

M. de Saporta obtient.......... 17 suffrages.
M. Godron................ 17 »
M. Duval Jouve............. 2 »

Aucun candidat n'ayant obtenu la majorité des suffrages, il est procédé à un troisième tour de scrutin.

Au troisième tour de scrutin, le nombre des votants étant 39,

M. de Saporta obtient.......... 20 suffrages.
M. Godron................ 19 »

M. de Saporta, ayant obtenu la majorité des suffrages, est proclamé élu.

RAPPORTS.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Rapport sur un Mémoire de M.* Félix Lucas, *intitulé : « Vibrations calorifiques des solides homogènes »*.

(Commissaires : MM. de Saint-Venant, Jamin, Puiseux, Resal rapporteur.)

« M. Lucas a présenté successivement à l'Académie, dans ses séances du 31 janvier et du 14 février 1876, deux Mémoires, dont l'un est le complément de l'autre, et ayant pour titre commun : *Mémoire sur les vibrations calorifiques des solides homogènes.*

» Ces deux Mémoires ont été condensés en un seul, qui a été remis à la Commission le 20 juin, et c'est ce dernier travail qui fait l'objet du présent Rapport.

» Le but principal que s'est proposé l'auteur est de déduire de la Thermodynamique les principes de la conductibilité de la chaleur dans les corps homogènes, posés par l'illustre Fourier, en considérant la chaleur comme le résultat de vibrations moléculaires. Cette question, qui est d'une grande importance, a été résolue d'une manière fort heureuse par M. Lucas. Ainsi donc, au lieu de deux théories de la chaleur, basées sur des principes qui n'avaient aucun lien entre eux, nous n'en conservons qu'une seule, la Thermodynamique.

» L'auteur commence par mettre les équations des petits mouvements d'un système matériel sous une forme spéciale et élégante, que l'on ne retrouve dans aucun de ceux de ses Mémoires qui ont été l'objet d'un Rapport de notre confrère M. de Saint-Venant (séance du 2 décembre 1871), Rapport concluant à l'insertion aux *Savants étrangers.*

» La méthode qu'emploie M. Lucas lui permet d'établir des relations entre les différentielles partielles du premier ordre des paramètres relatifs à un mouvement simple d'un point matériel (x, y, z), et dont il tire plus tard un parti important. En se reportant à deux théorèmes qu'il a établis dans les Mémoires précités, l'un relatif à la demi-force vive d'un système vibrant, l'autre à ce qu'il appelle le travail *morphique* (travail que l'on doit développer pour passer d'une position d'équilibre à une autre), M. Lucas arrive par voie d'addition à conclure que le travail emmaganisé dans le système est égal à la demi-force vive moyenne de ce système.

» L'auteur applique ensuite ses formules au cas d'un corps solide

homogène. Il observe d'abord que les paramètres relatifs à un mouvement simple d'une molécule doivent être des fonctions des coordonnées de cette molécule dans sa position d'équilibre, et, en s'appuyant sur une remarque signalée plus haut, il est conduit à considérer les paramètres dont il s'agit comme les différentielles partielles d'une même fonction ω des coordonnées. Il ramène finalement les équations du mouvement à trois équations aux différentielles et aux différences finies en ω.

» Les paramètres devant conserver leurs valeurs respectives à un facteur constant près, quelle que soit l'origine des coordonnées, la fonction ω est une exponentielle dont l'exposant est une fonction linéaire des trois coordonnées; les équations prennent alors une nouvelle forme et permettent de déterminer les valeurs des coefficients, qui entrent, dans l'exposant de ω, en fonction du coefficient du temps qui définit chaque nature de vibration.

» Les trois déplacements d'une molécule correspondant à un mouvement simple prennent alors une forme particulière qui permet de donner une signification aux coefficients de x, y, z qui entrent dans l'exposant de ω. Ces coefficients sont inversement proportionnels aux cosinus des angles que fait la direction constante du mouvement pendulaire avec les axes coordonnés.

» Par un artifice dans lequel il fait intervenir des imaginaires, M. Lucas arrive à ce résultat : les positions d'équilibre des molécules se distribuent sur une série de plans (plans réticulaires) normaux à la direction du mouvement pendulaire et équidistants.

» Les trois déplacements composants d'un mouvement simple prennent alors une nouvelle forme, et par suite ceux du mouvement total ou résultant.

» M. Lucas arrive enfin aux formules qui lui sont nécessaires pour étudier l'état vibratoire d'un corps dont la température est uniforme, en supposant que les coefficients de x, y, z qui entrent dans ω soient de la forme $H\sqrt{-1}$, H étant une quantité réelle. Il en conclut que chaque molécule reste comprise dans une sphère dont le rayon est très-petit par rapport aux intervalles moléculaires, que les vibrations sont très-rapides, que toutes les molécules du corps possèdent la même force vive moyenne, ce qui caractérise bien les vibrations calorifiques d'un corps à température constante.

» L'auteur est naturellement conduit à poser

$$N(\chi - \chi_0) = cE\theta, \quad \text{d'où} \quad \frac{\chi - \chi_0}{\theta} = \frac{cE}{N},$$

c étant la chaleur spécifique du corps sous volume constant, θ la température, N le nombre de molécules comprises dans le corps sous l'unité de poids, E l'équivalent mécanique de la chaleur, χ la force vive moyenne d'une molécule à θ°, χ_0 sa valeur à zéro. Il fait remarquer que $\frac{c}{N}$ est proportionnel au produit de la chaleur spécifique du corps par son poids atomique, produit qui, d'après une loi énoncée par Dulong, est sensiblement constant pour tous les corps simples.

» M. Lucas s'occupe ensuite de l'équilibre de température en général, et, à cet effet, il fait coïncider l'origine O des coordonnées avec la position d'équilibre d'une molécule M considérée en particulier, et il affecte de l'indice zéro les plans réticulaires passant par cette origine. Il donne ensuite l'expression de l'excès de la valeur de χ relative à une molécule M' voisine de M, sur celle qui correspond à M ; il en déduit l'excès de température en fonction des différences des coordonnées : c'est une somme des termes proportionnels chacun à une exponentielle dont l'exposant est une fonction du premier degré des différences ci-dessus.

» Mais on peut s'en tenir au premier terme du développement de cette exponentielle lorsque les deux molécules M et M' sont très-voisines ; et l'on conclut alors que la variation de température d'une molécule à une molécule voisine est une fonction linéaire homogène des coordonnées de cette dernière, ce qui est le principe fondamental établi par Fourier dans la Section VII du Chapitre Ier de son immortel Ouvrage.

» En résumé, M. Lucas a comblé une lacune dans l'une des parties les plus importantes des sciences physico-mathématiques, en ramenant à une seule théorie la Thermodynamique et la conductibilité de la chaleur. En conséquence, les Commissaires proposent à l'Académie d'approuver le Mémoire et d'en décider l'insertion au *Recueil des Savants étrangers.* »

Les conclusions du Rapport sont adoptées.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ALGÈBRE. — *Exposé d'une nouvelle méthode pour la résolution des équations numériques de tous les degrés* (troisième partie) (1); par M. L. LALANNE.

(Commissaires précédemment nommés : MM. Hermite, Puiseux, de la Gournerie.)

« Les applications ont été, jusqu'à ce jour, la pierre d'achoppement de tous les procédés imaginés pour la résolution des équations numériques, non pas que, ni la rigueur de ces procédés, ni la beauté des considérations sur lesquelles ils se fondent, en aient reçu la moindre atteinte; mais enfin il faut bien reconnaître que, sans cesser de mériter l'admiration des géomètres, les découvertes de Lagrange, de Cauchy, de Fourier, de Sturm, d'Hermite, etc., n'ont pas fourni toujours des moyens facilement praticables pour la détermination des racines. Il était donc naturel de soumettre la nouvelle méthode à l'épreuve de la pratique. C'est ce que l'auteur a fait, et il présente à l'Académie les premiers résultats de cette épreuve, sous forme d'une dizaine de planches dessinées avec un texte explicatif.

» Les deux premières épures sont relatives aux équations du deuxième et du troisième degré, celle-là supposée complète, celle-ci privée du second terme. Elles constituent, à proprement parler, des *abaques* établis une fois pour toutes et qui sont applicables à des équations quelconques de ces deux degrés; car il est toujours possible de ramener les deux coefficients de celles qu'on aurait à résoudre à être au plus égaux à l'unité. C'est même par la construction de ces tableaux graphiques que l'auteur a préludé, il y a trente-trois ans déjà, à la solution générale qu'il développe aujourd'hui.

» Les huit épures suivantes sont l'application de la nouvelle méthode à des exemples dont plusieurs sont empruntés à des traités classiques d'Algèbre (Bertrand, Serret, Lefébure de Fourcy, etc.).

» La figure de la *solutive* ressort, dans toutes ces épures, du tracé des lignes droites dont elle est l'enveloppe; en d'autres termes, le *contour apparent*, la projection de la ligne de striction de la surface gauche à plan directeur, dont les génératrices seraient construites dans l'espace, se manifeste

(1) *Comptes rendus*, p. 1146 et 1243 du deuxième semestre de 1875, t. LXXXI.

d'une manière apparente sur le plan des xy avec ses points singuliers (rebroussements, points doubles, etc.). Mais on peut demander quelque chose de plus, c'est-à-dire un moyen de tracer la courbe même dont on n'a d'abord que les tangentes. Or, ce tracé peut s'opérer facilement par points; car les coordonnées x' et y' du point de contact d'une tangente avec la courbe s'obtiennent en supposant respectivement y et x nuls dans l'équation proposée, en prenant par rapport à z la dérivée de y, ce qui donne x', et en multipliant par $-z^2$ la dérivée de x, ce qui donne y'.

» Ainsi, en posant

$$F = az^n + bz^{n-1} + \ldots + mz^2 + xz + y = 0,$$

les coordonnées du point de contact de la solutive avec la droite représentée par l'équation ci-dessus seront

$$x' = -\frac{d(F - xz - y)}{dz}, \quad y' = z^2 \frac{d\left(\frac{F - xz - y}{z}\right)}{dz}.$$

» En appliquant, comme vérification, ces formules aux équations du deuxième et du troisième degré, on trouve facilement que la sous-tangente est, dans la première, la moitié, et dans la seconde, les deux tiers de l'abscisse; résultats élémentaires connus.

» Il est donc complétement inutile de calculer le discriminant de l'équation proposée en z, pour tracer la solutive dont l'équation est formée par ce discriminant. Le calcul est assez long et assez pénible pour qu'on n'ait jamais été au delà du cinquième degré; et l'eût-on fait pour une équation en z du degré n, on ne tirerait aucun parti, pour la construction de la courbe, d'une équation qui serait généralement en x du degré n et en y du degré $n-1$.

» Ces considérations achèvent de mettre en relief l'esprit de la nouvelle méthode. Elle est bien fondée implicitement sur la considération du discriminant, dont l'importance, pour la détermination des racines, a été depuis longtemps reconnue; elle n'exige pas, cependant, autre chose qu'une représentation graphique de ce déterminant, dans laquelle on considère comme variables deux des éléments numériques qu'il emprunte à la proposée, représentation qui s'opère par les tangentes à la solutive, et au besoin par la construction des points de contact, ce qui peut se faire à l'aide des calculs les plus élémentaires, ainsi qu'on l'a vu.

» On ferait un pas de plus dans la voie de la solution graphique, si l'on parvenait à tracer géométriquement la tangente à la solutive, par un point

extérieur (x, y). Or cette opération se réduit à rabattre sur le plan de l'épure le plan vertical qui passe par le point donné, parallèlement soit aux zx, soit aux zy. On y trace par points l'intersection du conoïde avec ce plan vertical; on en conclut la vraie grandeur de l'ordonnée z, qui exprime la direction de la tangente à la solutive menée par le point (x, y), et l'on en déduit le point de contact. Telle est la solution finale géométrique du problème, solution qui n'est généralement pas, dans la pratique, préférable à celle que donne une simple interpolation à vue.

» Parmi les propriétés qui résultent de la considération de la solutive, il en est quelques-unes qui paraissent mériter l'attention. Telle est celle qui permet d'évaluer la probabilité de tomber sur un nombre déterminé de racines réelles avec une équation dont deux coefficients peuvent varier entre des limites connues. C'est ainsi que dans l'équation du deuxième degré, les coefficients étant assujettis à être au plus égaux à l'unité, il y a 13 à parier contre 11 que les 2 racines seront réelles; 23 à parier contre 1 que les 2 racines ne seront pas de même signe; 1 à parier contre 1 qu'elles seront réelles et de signes contraires.

» De même, dans l'équation du troisième degré privée du deuxième terme, toutes les valeurs comprises entre $+1$ et -1 étant considérées comme également possibles pour les coefficients, il y a environ 923 à parier contre 77 qu'il n'y aura qu'une seule racine réelle, la probabilité de tomber sur le cas irréductible ayant pour expression $\frac{2\sqrt{3}}{45} = 0,07698$.

» Des propriétés analogues existent pour une équation d'un degré quelconque, et ressortent de la figure même de la solutive qui s'y rapporte.

» Une autre propriété remarquable consiste dans la liaison qui existe entre les solutives de tous les degrés. En effet, il est facile de démontrer que la développée d'une solutive de degré quelconque est la solutive d'une équation d'un degré immédiatement supérieur, après avoir tourné d'un angle droit *sinistrorsum* autour de l'axe des z, et avoir glissé le long de l'axe des x de manière que le point de rencontre arrive à l'origine. C'est ainsi que, la solutive de l'équation du deuxième degré étant une parabole dont l'axe coïncide avec l'axe des y, la développée de celle-ci est une parabole demi-cubique ayant le même axe et l'origine à la distance 2 au-dessus de l'axe des x. Il suffira donc de faire tourner *sinistrorsum* d'un angle droit la parabole demi-cubique, et de ramener vers la droite l'origine de la courbe d'une quantité égale à 2, pour avoir en grandeur et en position vraie la solutive de l'équation du troisième degré.

» Ces résultats sont en liaison manifeste avec les propriétés des discriminants de degrés consécutifs qui se déduisent les uns des autres, comme on sait.

» L'application de la méthode graphique aux racines imaginaires et aux équations transcendantes sera l'objet d'une quatrième et dernière Communication. »

PHYSIQUE. — *Sur un radiomètre différentiel.* Note de M. **W. de Fonvielle.** (Extrait.)

(Renvoi à la Section de Physique.)

« J'ai fait construire par M. Gaiffe un radiomètre dont les palettes en mica sont revêtues des deux côtés de noir de fumée, et dont la boule est à moitié noircie par le même procédé.

» Si l'on reçoit la lumière perpendiculairement à la section diamétrale qui sépare l'hémisphère transparent de l'hémisphère rendu opaque, l'appareil reste parfaitement immobile. Si, au contraire, on incline le plan diamétral vers la gauche, les palettes de gauche, plus éclairées que les palettes de droite, seront repoussées plus énergiquement, et le tourniquet prendra un mouvement régulier de gauche à droite. Le même phénomène s'observera en sens inverse si le plan diamétral limite est incliné vers la droite. La rotation sera le plus rapide possible lorsque le plan diamétral sera rendu parallèle aux rayons de lumière qui éclairent l'appareil. Le mouvement aura lieu vers la droite si c'est l'hémisphère de droite qui est transparent, et *vice versâ.* »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Procédé pour la fabrication de la soude de varech par lessivage endosmotique.* Note de M. **L. Herland**, présentée par M. Chatin. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Fremy, Berthelot, Chatin.)

« L'importation considérable en Europe des salpêtres du Chili, dont on retire aujourd'hui industriellement et à bon marché de grandes quantités d'iode, a déterminé une crise très-préjudiciable pour un grand nombre d'usines importantes et pour la population maritime du département du Finistère.

» Ces usines obtiennent, comme on le sait, de la récolte du goëmon et de son incinération des soudes riches en iodures alcalins. Cette invasion

de l'iode étranger a pris au dépourvu notre fabrication et même celle de l'Angleterre. La lutte est tout à notre désavantage pour de nombreuses raisons. Les principales sont les suivantes :

» 1° La récolte du varech n'est pas faite en vue de la fabrication de la soude; on récolte indistinctement toutes les espèces sans rechercher si elles sont plus ou moins riches en iode ou autres sels utiles.

» 2° La dessiccation du varech destiné à l'incinération est faite en plein air sur les dunes; de cela il résulte une altération et une déperdition des sels dues aux coups de mer, à la rosée, aux intempéries.

» 3° Le procédé d'incinération est lui-même la cause principale de la faiblesse du titre iodique, car il volatilise une certaine quantité d'iode; mais c'est surtout au sable siliceux qui imprègne le varech qu'il faut attribuer la plus grande déperdition. En effet, la silice à une haute température réagissant sur les iodures produit des silicates alcalino-terreux en éliminant une certaine quantité d'iode.

» Pour remédier à tous ces inconvénients et venir en aide à notre industrie, j'ai imaginé d'employer le procédé suivant, que j'expose brièvement :

» 1° Le varech frais est immergé dans des corbeilles en fer treillagées, mues par une grue tournante, dans une série de cuves renfermant environ 50 kilogrammes de bonne chaux caustique par mètre cube d'eau et disposées en batteries circulaires. Le varech passe successivement d'une cuve à l'autre et se dépouille de tous les sels utiles. On poursuit avec du varech frais cette série d'immersions successives, jusqu'à ce que le premier bain de lessivage marque 4°,3 à 4°,5 au pèse-sels. Pendant cette opération, il se fait un double échange par voie d'endosmose entre le varech et la lessive calcaire; la chaux pénètre la trame organique du goëmon en traversant la pellicule épidermique qui fait fonction de membrane osmotique. Il s'établit ainsi du varech à la lessive calcaire, et réciproquement un double courant en sens inverse, jusqu'à ce qu'ils se soient mis en équilibre de composition. Le temps d'immersion est en moyenne de quarante à soixante minutes. Avec une batterie de 10 cuves de 6 mètres cubes on peut lessiver en quinze heures 50 tonnes de 1000 kilogrammes de varech frais.

» 2° Le second temps de l'opération consiste à évaporer à siccité les lessives endosmotiques saturées, puis à calciner très-légèrement, en présence d'un léger excès de carbonate de potasse, s'il y a lieu, et jusqu'à commencement de fusion pâteuse, le résidu salin de l'évaporation.

» Ce procédé fait obtenir une soude très-riche en sels solubles et en sels

de potasse utilisables (chlorure et sulfate) et en iodures alcalins. Le procédé d'incinération donne en moyenne 15 pour 100 de sels de potasse et 1 pour 100 d'iodure au maximum; mon procédé, au contraire, fournit 45 à 50 pour 100 de sels de potasse utilisables et 2 $\frac{1}{2}$, 3 et quelquefois jusqu'à 5 et 6 pour 100 d'iodures, lorsque les varechs sont bien choisis de bonne espèce. En résumé, notre procédé de fabrication de la soude de varech se recommande : 1° par l'obtention d'une plus grande quantité de sels et d'iodures alcalins; 2° parce qu'il conserve à l'agriculture le goëmon épuisé qui conserve sa matière azotée, et qui, retenant de la chaux de notre traitement, est excellent pour nos terres siliceuses; 3° parce que nos côtes sont débarrassées des nuages de fumée qui les rendaient invisibles aux navigateurs et même dangereuses, puisque les roches et les îles étaient masquées par la fumée des incinérations de goëmon qui duraient jour et nuit sur une longue étendue. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la catastrophe du Grand-Sable* (*district de Salazie*), *île de la Réunion*. Extrait d'une Lettre de M. **Vinson**, en date du 26 mai 1876, présenté par M. le général Morin.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

« Dans la nuit du 13 au 14 mai dernier, entre $10^h 10^m$ et $10^h 15^m$, des secousses de tremblement de terre ont été ressenties à Saint-Denis, capitale de la colonie, à une minute environ d'intervalle. Le phénomène a consisté en deux ou trois détonations assez fortes, suivies chacune d'oscillations et d'un roulement pareil à celui d'un tombereau.

» Un autre tremblement de terre, quelques jours après, a encore ébranlé le district de Salazie. Des effets analogues ont été ressentis dans toute l'île et ont paru partir de son centre, c'est-à-dire de Salazie, emplacement de l'ancien volcan éteint du Gros-Morne. Depuis la catastrophe du Grand-Sable, ces effets se renouvellent d'une façon inusitée.

» Le ruisseau des Fleurs, qui arrose la vallée de Cilaos, lieu de cette catastrophe, n'a pas cessé, depuis six mois, de verser ses eaux boueuses et sulfureuses dans la grande rivière du Mât, dont le cours a plus de 30 à 40 kilomètres de développement et dont la largeur, à 7 ou 8 kilomètres de son embouchure dans la mer, est d'environ 30 à 40 mètres.

» Les habitants voisins de ces cours d'eau en utilisent les propriétés alcalines pour y laver leur linge, auquel elles donnent une grande blan-

cheur. Tous les poissons si abondants qui peuplaient la rivière du Mât ont péri, et le bétail refuse de s'abreuver dans ses eaux.

» La persistance de ces faits et le renouvellement des commotions souterraines ne semblent plus permettre aujourd'hui de contester que la catastrophe du Grand-Sable à l'île de la Réunion ait eu pour cause première une action volcanique. »

J. **Pagliari** adresse à l'Académie plusieurs échantillons de viande conservée à l'aide d'une solution d'un sel de fer. Cet envoi est accompagné d'un flacon du liquide préservateur.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. **Paquelin** adresse une réclamation de priorité relative à son thermocautère.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. A. **Brachet** adresse à l'Académie de nouveaux échantillons de lames fluorescentes.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Éléments et éphéméride de la planète* (152) *Atala*. Note de M. **Bossert**, présentée par M. Le Verrier.

« Cette planète a été découverte à l'Observatoire de Paris, par MM. Henry, dans la soirée du 2 novembre 1875.

» La détermination des éléments repose sur la série d'observations faites du 2 novembre 1875 au 31 janvier 1876.

T = décembre 17,0, 1875, temps moyen de Greenwich.

Anomalie moyenne	331°.19′.42″	
Longitude du périhélie	84.22.35	Équinoxe moyen : 1875,0.
Longitude du nœud ascendant sur l'écliptique	41.29. 6	
Inclinaison	12.12.30	
Angle (sinus = excent.)	4.56.53	
Moyen mouvement diurne	638″,85	
Log a	0,49640	

» La comparaison entre les positions déduites de ces éléments et les positions normales formées à l'aide des observations nous donne les résidus suivants :

	$(\mathcal{R}_o - \mathcal{R}_c)\cos\mathcal{D}$	$\mathcal{D}_o - \mathcal{D}_c$	Nombre d'observations.
1875. Nov. 4,0	— 0″,3	+ 0″,1	3
14,0	+ 1,0	+ 0,7	2
22,0	+ 2,7	+ 1,6	2
Déc. 17,0	— 3,7	— 0,7	4
21,0	— 1,1	— 1,6	3
31,5	+ 3,9	+ 0,6	2
1876. Janv. 30,0	+ 0,3	+ 0,1	2

» Ces résidus recevront quelques changements quand toutes les étoiles de comparaison auront pu être observées aux instruments méridiens.

» A l'aide de ces éléments, nous avons calculé une éphéméride pour la prochaine opposition de la planète.

Temps moyen de Greenwich.	Ascension droite.	Distance polaire.	Log Δ.	Temps d'aberration.
1877. Janv. 20,5	9h58m22s	+ 31°25′,7	0,3081	16m52s
24,5	9.55.21	+ 31.48,6	0,3052	16.45
28,5	9.52. 5	+ 32. 9,9	0,3032	16.41
Fév. 1,5	9.48.35	+ 32.29,3	0,3022	16.38
5,5	9.44.56	+ 32.46,2	0,3021	16.38
9,5	9.41.12	+ 33. 0,4	0,3030	16.40
13,5	9.37.27	+ 33.11,5	0,3049	16.45
17,5	9.33.46	+ 33.19,4	0,3077	16.51
21,5	9.30.13	+ 33.23,9	0,3114	17. 0
25,5	9.26.52	+ 33.25,1	0,3159	17.10
Mars 1,5	9.23.47	+ 33.22,9	0,3212	17.23
5,5	9.21. 0	+ 33.17,5	0,3272	17,38

» Au moment de l'opposition, vers le 10 février, la planète sera de la grandeur 11,0. »

ANALYSE. — *Sur les équations différentielles linéaires du second ordre.* Note de M. **Fuchs**, présentée par M. Hermite.

« Lorsque, plusieurs mois après la publication de mon travail sur les équations différentielles linéaires du second ordre, dans le *Journal de M. Borchardt* (t. LXXXI, p. 97 et suiv.), mon attention se porta sur le travail du P. Pépin, paru dans les *Annali di Matematica da Tortolini* (t. V,

p. 185 et suiv.), et qu'il rapporte dans sa Note des *Comptes rendus* du 5 juin 1876, je reconnus aussitôt que les résultats de cet auteur sont en défaut, du moins quant à leur relation avec l'intégration par des fonctions algébriques des équations du second ordre.

» Maintenant, comme le P. Pépin semble croire, dans la Note citée, avoir, par son Mémoire, répondu aux questions se rapportant à l'intégration sous cette forme plus tôt et plus complétement que je ne l'avais fait, je me vois obligé de montrer que, loin que ce fût fait par le Mémoire du P. Pépin, ses résultats sont au contraire en défaut. Ces résultats se résument, comme il l'a énoncé lui-même dans la Note citée, en ce théorème : *Si l'intégrale générale de l'équation* $\frac{d^2y}{dx^2} = Py$ *est algébrique, il y aura toujours une intégrale particulière telle, que la fonction* $\frac{1}{y}\frac{dy}{dx}$ *soit une fonction rationnelle de* x *ou une racine d'une équation du deuxième ou du quatrième degré.*

» Tout d'abord, je veux signaler un défaut que la solution du P. Pépin aurait, lors même qu'elle serait correcte. Si, en effet, pour la résolubilité algébrique, la condition que $\zeta = \frac{d \log y}{dx}$ satisfasse à une équation du quatrième degré était effectivement nécessaire, la même condition ne serait encore aucunement suffisante, car $e^{\int \zeta dx}$ n'est pas toujours algébrique en même temps que ζ.

» Mais je vais maintenant faire voir que le théorème du P. Pépin, que je viens de citer, est inexact.

» Prenons, par exemple, l'équation

$$z(z-1)\frac{d^2u}{dz^2} + \frac{6z-3}{5}\frac{du}{dz} + \frac{3}{100}u = 0$$

où, en posant $u = z^{-\frac{3}{10}}(z-1)^{-\frac{3}{10}}y$,

$$(1) \qquad \frac{d^2y}{dz^2} = \frac{21}{100}\frac{(-z^2+z-1)}{z^2(z-1)^2}y.$$

D'après le Mémoire de M. Schwarz (*Journal de M. Borchardt*, t. LXXV, p. 323, n° 11), cette équation n'a que des intégrales algébriques.

» Mais il est utile de prouver cela ici directement en appliquant la méthode de mon Mémoire cité ci-dessus, puisque ce sera ainsi donner la réfutation la plus simple du théorème du P. Pépin.

» D'après les principes de mon travail dans le tome LXVI du *Journal de M. Borchardt*, on a un système fondamental d'intégrales η_1, η_2, qui, multipliées respectivement par $z^{-\frac{3}{10}}$, $z^{-\frac{7}{10}}$, sont holomorphes (pour parler avec MM. Briot et Bouquet) dans le voisinage du point $z = 0$, et un autre système fondamental d'intégrales y_1, y_2, qui, multipliées respectivement par $(z-1)^{-\frac{3}{10}}$, $(z-1)^{-\frac{7}{10}}$, sont holomorphes dans le voisinage du point $z=1$. Ces systèmes fontamentaux sont liés entre eux par des relations que l'on peut déduire des principes établis dans mon travail du *Journal de M. Borchardt* (t. LXXV, p. 209 et suiv.), ou que l'on peut mieux tirer du Mémoire de M. Kummer (*Journal de Crelle*, t. XV, p. 58) ou aussi des *OEuvres de Gauss* (t. III, posth., p. 210 et suiv.). On conclut de ces relations que, z faisant une circulation autour du point $z=0$, y_1, y_2 se changent respectivement en

$$(2)\qquad \begin{cases} \sqrt{-1}\left(\dfrac{j}{2\sin\frac{4\pi}{10}}y_1 + \dfrac{1}{2^{\frac{13}{5}}\sin\frac{2\pi}{10}}y_2\right) \\ \text{et} \\ \sqrt{-1}\left(\dfrac{2^{\frac{3}{5}}}{\sin\frac{2\pi}{10}}y_1 - \dfrac{j^9}{2\sin\frac{4\pi}{10}}y_2\right), \end{cases}$$

où j est une racine primitive de l'équation $j^{10}=1$.

» Il s'ensuit, en posant

$$(3)\qquad \frac{\cos\frac{2\pi}{10}}{2^{\frac{3}{5}}} = \alpha, \quad \frac{1}{2^{\frac{13}{5}}\cos\frac{2\pi}{10}} = \beta,$$

et

$$(4)\qquad y_1 - \alpha j^{2k} y_2 = \varphi_k, \quad y_1 - \beta j^{2k+1} y_2 = \psi_k,$$

que, par une circulation de z autour du point $z=0$, les fonctions y_1, y_2, φ_0, φ_1, φ_2, φ_3, φ_4, ψ_0, ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4 se changent respectivement en φ_2, ψ_4, φ_0, φ_4, ψ_3, y_1, ψ_0, y_2, φ_3, ψ_2, ψ_1, φ_1, à des facteurs numériques près, et que le produit de tous ces facteurs numérique est égal à $-\sqrt{-1}$. Donc la forme

$$(5)\qquad \begin{cases} \varphi(y_1, y_2) = y_1 y_2 \varphi_0 \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \varphi_4 \psi_0 \psi_1 \psi_2 \psi_3 \psi_4 \\ \qquad\qquad = y_1 y_2 (y_1^5 - \alpha^5 y_2^5)(y_1^5 + \beta^5 y_2^5), \end{cases}$$

déjà invariable par une circulation de z autour du point $z=1$, se change par une circulation de z autour du point $z=0$ en elle-même multiplié par $-\sqrt{-1}$. Par conséquent $\varphi(y_1, y_2)$ *est une racine d'une fonction rationnelle.* Comme une racine d'une fonction rationnelle ne varie pas, à une racine de l'unité comme facteur près, quand z fait une circulation autour d'un point critique, et comme y_1, y_2 acquièrent par une circulation de z autour du point $z=1$ respectivement les facteurs j^3, j^7, une forme binaire composée de y_1, y_2 du premier ou du second degré et égale à une racine d'une fonction rationnelle doit être ou y_1, ou y_2, ou $y_1 y_2$. Mais aucune de ces formes n'a la propriété de se transformer en elle-même, à une racine de l'unité comme facteur près, par une circulation de z autour du point $z=0$. Une forme du douzième degré étant donc racine d'une fonction rationnelle, sans qu'une forme du premier ou du second degré ait la même propriété, il suit des théorèmes cités pages 127 et 100 de mon Mémoire que *l'équation différentielle n'a que des intégrales algébriques.* »

GÉOMÉTRIE. — *Du contact des surfaces d'un implexe avec une surface algébrique.* Note de M. G. FOURET.

« Nous avons déjà étudié précédemment (*), sous le nom d'*implexe*, un ensemble de surfaces défini par une équation aux dérivées partielles algébriques, et caractérisé par deux nombres θ et φ, qui sont respectivement la classe du cône enveloppe des plans tangents en un point quelconque à celles de ces surfaces qui y passent, et le degré du lieu des points de contact des mêmes surfaces avec un plan quelconque. Le contact des surfaces d'un implexe avec une surface algébrique donne lieu au théorème suivant, remarquable par sa simplicité, et analogue au théorème que nous avons démontré dernièrement (**) sur le contact des courbes d'un système avec une courbe algébrique.

» THÉORÈME. — *Les surfaces d'un implexe* (θ, φ) *touchent une surface algébrique* (S) *du* $m^{\text{ième}}$ *degré, de la* $n^{\text{ième}}$ *classe, et dont les sections planes sont de classe* r, *suivant une courbe d'un degré égal à* $r\theta + m\varphi$.

» *Les plans tangents correspondants enveloppent une développable de classe* $n\theta + r\varphi$.

(*) *Comptes rendus*, t. LXXIX, p. 467 et 689; t. LXXX, p. 167.

(**) *Comptes rendus*, t. LXXXII, p. 1328.

» Cet énoncé ne cesse d'être exact que dans le cas où toutes les surfaces de l'implexe ont une courbe commune appartenant à la surface (S), ou bien sont enveloppées par une même développable circonscrite à (S) : nous écartons ici ces deux cas spéciaux. La démonstration que nous allons donner est basée sur le théorème suivant :

» *Le lieu des points de contact des surfaces d'un implexe* (θ, φ) *avec une série de surfaces algébriques du* $m^{ième}$ *degré, formant un faisceau ponctuel sans singularités, est une surface* (Σ) *de degré* $(2m-1)\theta+\varphi$, *dont* θ *nappes se croisent suivant la courbe fondamentale du faisceau* (*). *En outre, les points singuliers et courbes singulières des surfaces du faisceau appartiennent à* (Σ), *et en sont respectivement des points singuliers et des courbes singulières.*

» On peut évidemment, et d'une infinité de manières, englober la surface algébrique donnée (S) dans un faisceau ponctuel, et même choisir ce faisceau exempt de toute singularité, notamment de toute surface multiple. Dans ces conditions, le théorème que nous venons d'énoncer s'applique au faisceau et à l'implexe (θ, φ), et donne lieu à une surface (Σ) de degré $(2m-1)\theta+\varphi$. L'intersection complète de cette dernière surface avec (S) est d'un degré égal à $m[(2m-1)\theta+\varphi]$. Cette intersection comprend : 1° la courbe fondamentale du faisceau, de degré m^2, comptée θ fois; 2° les courbes singulières de (S), s'il en existe, estimées chacune avec un certain degré de multiplicité, inconnu *a priori*, mais formant ensemble une ligne d'un degré $f(\theta)$ indépendant de φ (**); 3° la courbe (Γ), lieu des points de contact des surfaces de l'implexe avec (S). Le degré δ de la courbe (Γ) est par suite donné par l'égalité

$$(1) \qquad \delta = m(m-1)\theta + m\varphi - f(\theta).$$

» Cette formule, sans déterminer δ, nous apprend que ce nombre est une fonction linéaire de φ, dans laquelle le coefficient de φ est égal à m.

» D'autre part, la courbe de contact des plans tangents à (S), issus d'un point I quelconque, est une courbe (C) de degré r, qui coupe la surface (Σ) en $[(2m-1)\theta+\varphi]\, r$ points. Ces points comprennent : 1° les mr points d'intersection de (C) avec la courbe fondamentale du faisceau, comptés chacun θ fois; 2° les points de la courbe (C) situés sur les courbes singulières ou coïncidant avec les points singuliers de la sur-

(*) *Comptes rendus*, t. LXXX, p. 807.

(**) Ce fait, évident en lui-même, peut d'ailleurs se démontrer par quelques considérations analytiques fort simples.

face (S), estimés avec un certain degré de multiplicité, et comptant ensemble pour un nombre de points $\psi(\theta)$, qu'on ne connaît pas à *priori*, mais qui est certainement indépendant de φ (*); 3° les points de contact des surfaces de l'implexe avec la surface (S), tels que les plans tangents correspondants passent par le point I.

» Par suite, le nombre des plans tangents issus de I, c'est-à-dire la classe γ de la développable (Δ) enveloppe des plans tangents de S, aux points où cette surface est touchée par des surfaces de l'implexe, est donné par la formule

$$(2) \qquad \gamma = (m-1)r\theta + r\varphi - \psi(\theta).$$

Cette formule montre que γ est une fonction linéaire de φ, dans laquelle le coefficient de φ est égal à r.

» Pour achever de déterminer γ et δ, transformons toute la figure par voie de dualité. L'implexe (θ, φ) devient un nouvel implexe (φ, θ); la surface (S) se change en une nouvelle surface (S') de degré n, de classe m, et dont les sections planes sont encore de classe r. La courbe (Γ) et la développable (Δ) ci-dessus définies se transforment respectivement en une développable (Δ') et une courbe (Γ') de même définition. Mais la classe de (Δ') est égale à δ, et s'exprime en vertu de (2) par

$$(3) \qquad \delta = (n-1)r\varphi + r\theta - \psi_1(\varphi).$$

» De même le degré de (Γ') est égal à γ, et en vertu de (1) s'exprime par

$$(4) \qquad \gamma = n(n-1)\varphi + n\theta - f_1(\varphi).$$

» En comparant (1) avec (3), et (2) avec (4), on conclut finalement

$$\delta = r\theta + m\varphi, \quad \gamma = n\theta + r\varphi.$$

» *Remarque.* — Du même rapprochement, on conclut encore

$$f(\theta) = [m(m-1) - r]\theta, \quad f_1(\varphi) = [n(n-1) - r]\varphi,$$
$$\psi(\theta) = [r(m-1) - n]\theta, \quad \psi_1(\varphi) = [r(n-1) - m]\varphi,$$

résultats qui peuvent s'énoncer de la manière suivante :

» I. — *Toute courbe singulière d'une surface algébrique* (S), *au point de vue du contact de cette surface avec les surfaces d'un implexe* (θ, φ), *compte pour*

(*) Ce dernier point s'établit d'ailleurs analytiquement d'une manière très-simple.

θ courbes d'un degré égal à l'abaissement produit dans le degré des sections planes de (S), par l'existence de la courbe singulière.

» II. — *Tout point singulier de (S) diminue la classe de la développable enveloppe des plans tangents à (S), aux points où cette surface est touchée par les surfaces d'un implexe (θ, φ), d'un nombre d'unités égal à θ fois l'abaissement de classe produit par ce point singulier dans la classe des cônes circonscrits à (S).*

» Les deux autres théorèmes étant les corrélatifs des précédents, nous ne les énonçons pas. »

PHYSIQUE. — *Sur quelques expériences faites avec la balance de* Crookes; Note de M. G. Salet, présentée par M. Wurtz.

« Grâce à l'aide obligeante de M. Alvergniat, auquel, le premier, j'ai fait construire les appareils de M. Crookes, j'ai pu exécuter quelques expériences qui serviront peut-être à établir la théorie de ces curieux instruments.

» 1. J'ai fait souffler en verre dur un appareil analogue à ce que Crookes appelle sa *balance*. Ce sont deux boules réunies par un court cylindre horizontal et renfermant une aiguille d'aluminium portant à chacune de ses extrémités une lame verticale de mica : l'axe sur lequel pivote l'aiguille se trouve sur la partie cylindrique; les lames de mica sont noircies d'un *même côté*. Un tel appareil accuse par ses mouvements l'approche du doigt; soumis à l'influence d'une lumière qui éclaire les deux faces noircies, il reste en repos. Si la source est rapprochée, le repos ne s'établira généralement point, car tout mouvement de l'aiguille sera accompagné d'une variation telle, dans les distances des lames à la source, que l'une recevra un accroissement notable dans la force impulsive et l'autre une diminution. Il y aura donc tendance au mouvement inverse, et l'aiguille oscillera. Elle oscillera extrêmement vite si la source est très-intense et très-rapprochée, et l'on conçoit, sans insister davantage, que la durée des oscillations puisse servir à mesurer jusqu'à un certain point la radiation.

» Si l'on fait agir sur une des faces noircies un faisceau de lumière parallèle *plus petit* que la lame, en compensant l'action de ce faisceau par la radiation d'une flamme de gaz agissant sur l'autre lame, on arrivera assez facilement, en modifiant la distance de la deuxième source, à un état d'équilibre de l'aiguille. *On peut faire alors varier l'angle d'incidence du rayon parallèle, sans que l'équilibre soit troublé.* L'expérience du moins réussit entre

zéro et 45 degrés; au delà il est trop difficile d'obtenir que le faisceau soit tout entier intercepté par la lame.

» 2. J'ai répété, en la modifiant, une des expériences les plus curieuses de Crookes. Ce savant a chauffé sa balance en y maintenant le vide, et a réussi à dépasser ainsi le degré d'exhaustion au delà duquel les gaz ne conduisent pour ainsi dire plus l'électricité, sans que la sensibilité de l'appareil à la radiation soit modifiée. Craignant l'influence des corps organiques que Crookes ne bannissait pas de la construction de sa balance, j'ai pris l'appareil décrit plus haut, et, après l'avoir relié à la pompe pneumatique à mercure, je l'ai chauffé pendant une heure à une température telle que l'aiguille d'aluminium a commencé à fléchir sous le poids des ailettes. Pendant toute l'opération, elle oscillait avec une rapidité qui a semblé absolument invariable. On a détaché l'appareil de la machine pneumatique et l'on a pu constater qu'il était encore influencé par la lumière.

» On l'avait disposé de façon à pouvoir y faire passer un courant électrique. Quand on fabrique un tube dit *vide d'air*, la première décharge passe quoique avec une difficulté extrême, puis la résistance devient telle que l'électricité ne peut plus franchir une distance d'une fraction de millimètre. Les mêmes phénomènes se produisirent avec la balance, mais l'aiguille se trouva électrisée et se porta contre le verre, de telle sorte qu'il était impossible de s'en servir pour des expériences de radiation. Elle resta ainsi électrisée dans ce vide isolant *du* 23 *mai au* 8 *juin*. Je chauffai alors l'appareil ,et il reprit bientôt sa mobilité première, ainsi que sa sensibilité à la lumière, mais l'électricité pouvait de nouveau le traverser pendant un instant.

» On modifia donc la forme de l'instrument de façon à faire éclater la décharge assez loin de l'aiguille et l'on opéra de la même façon. Cette fois, l'appareil étant vide et le courant de la bobine d'induction ne le traversant plus, les ailettes étaient encore mises en mouvement par la lumière.

» On remarquera sans doute que l'expérience 1 paraît difficilement conciliable avec l'idée d'une impulsion directement due à la lumière ou à l'éther, tandis que l'expérience 2 est contraire à la théorie qui explique le mouvement du radiomètre par le dégagement des gaz condensés par les ailettes.

» La minime quantité de gaz qui reste dans un appareil épuisé avec tant de soin suffit-elle pour occasionner le mouvement, selon la théorie de Tait? »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés de l'acide pyrotartrique normal.* Note de M. **Reboul**, présentée par M. Wurtz.

« Dans une récente Communication, relative à l'acide pyrotartrique normal, j'ai décrit ses sels neutres de baryte et de chaux; l'objet de la présente Note est de faire connaître quelques-uns de ses principaux sels ainsi que son éther éthylique et son chlorure.

» *Le sel de zinc,* $C^5H^6O^4Zn''$, est anhydre; il forme de fines aiguilles prismatiques peu solubles dans l'eau, même bouillante. Malgré sa faible solubilité, il ne se précipite pas lorsqu'on mêle une solution concentrée de pyrotartrate neutre de soude avec une solution très-riche de chlorure de zinc; mais, si l'on porte à l'ébullition, il y a précipitation immédiate abondante d'aiguilles de pyrotartrate de zinc. On peut également l'obtenir en saturant à chaud une solution aqueuse d'acide par un excès d'hydrocarbonate de zinc et concentrant par l'évaporation (trouvé : C = 30,5, H = 3,2, Zn = 33,1; calculé : C = 30,7, H = 3,1, Zn = 33,4); on sait que le pyrotartrate neutre ordinaire de zinc est beaucoup plus soluble, cristallisé avec $3H^2O$.

» *Le sel de cuivre* (neutre), $2(C^5H^6O^4Cu'') + H^2O$, est d'un vert magnifique, semblable au vert de Schweinfurth; il forme des aiguilles microscopiques groupées en masses mamelonnées, fort peu solubles dans l'eau même à chaud. On l'obtient par double décomposition en versant une solution de pyrotartrate de soude neutre dans une solution de sulfate de cuivre. Le précipité, qui se dissout avec une extrême facilité dans le sel de cuivre en excès, est soluble aussi, mais moins, dans un excès de pyrotartrate de soude. Desséché à 150 degrés, il devient anhydre en perdant 4,4 pour 100 de son poids. (Perte d'eau trouvée : 4,4; calculée : 4,6. Dosage du cuivre dans le sel anhydre. Trouvé : Cu = 32,5; calculé : Cu = 32,8.)

» *Sel neutre de plomb,* $C^5H^6O^4Pb'' + H^2O$. — Le nitrate de plomb est abondamment précipité par une solution concentrée de pyrotartrate neutre de soude; le précipité se dissout dans un excès du précipitant; mais, au bout de quelques instants, la liqueur se trouble, et il se produit un abondant dépôt cristallin blanc et lourd. Le pyrotartrate de plomb semble aussi se dissoudre, mais beaucoup moins bien dans un excès de nitrate de plomb. Il contient une molécule d'eau de cristallisation qu'il ne perd pas à 145°-150°.

» Il est fort peu soluble même dans l'eau bouillante. (Trouvé : Pb = 59,3; calculé : Pb = 59,3.)

» *Le sel d'argent,* $C^5H^6O^4Ag^2$, s'obtient par double décomposition avec

le nitrate d'argent et le pyrotartrate de soude. Un peu poisseux lorsqu'il est préparé à froid avec des solutions assez concentrées, il prend l'aspect soyeux et cristallin lorsqu'on fait bouillir. La liqueur filtrée bouillante le laisse déposer par le refroidissement sous forme de fines aiguilles feutrées, noircissant rapidement à la lumière. (Trouvé : Ag = 62,4; calculé : Ag = 62,4.)

» *Sel neutre de soude* ($C^5H^6O^4Na^2$) à 150 degrés. — On le prépare en saturant à chaud une molécule de carbonate de soude pur calciné par une molécule d'acide normal. On évapore en consistance sirupeuse, puis on abandonne sous une cloche en présence de l'acide sulfurique; ce n'est que fort lentement que ce sirop donne des lamelles mal définies qui blanchissent en s'effleurissant. Au bout de quinze jours de dessiccation sur l'acide sulfurique, le sel effleuri desséché à l'étuve à 145-150 degrés a perdu 4,8 pour 100 de son poids en se transformant en sel anhydre. (La formule $2(C^5H^6O^4Na^2) + H^2O$ exigerait 4,8 pour 100 de perte. Sel anhydre : trouvé, Na = 25,8; calculé : Na = 26,1.)

» Extrêmement soluble dans l'eau, il est insoluble dans l'alcool qui le précipite de sa solution aqueuse sous la forme d'une masse blanche, volumineuse et gélatineuse, ressemblant à de l'alumine hydratée.

» *Le sel acide de soude* s'obtient en décomposant une molécule de carbonate de soude anhydre pur par 2 molécules d'acide pyrotartrique. Convenablement concentrée par évaporation au bain-marie, la solution fournit par le refroidissement des cristaux prismatiques allongés, assez volumineux, qui s'effleurissent à l'air. Séché à 150-160 degrés, le sel conserve $2H^2O$. (Trouvé : Na = 11,9; calculé : Na = 12,1.)

» Le pyrotartrate acide de soude est précipité par l'alcool de sa solution aqueuse à l'état d'une masse volumineuse blanche, ressemblant à celle que donne le sel neutre dans les mêmes conditions.

» *Pyrotartrate d'éthyle normal*, $CO^2C^2H^5, CH^2 - CH^2 - CH^2, CO^2C^2H^5$. — On se le procure soit en saturant de gaz chlorhydrique une solution d'acide normal dans l'alcool absolu, soit en décomposant par l'alcool absolu le chlorure pyrotartrique normal. C'est un liquide incolore, insoluble ou peu soluble dans l'eau, très-soluble dans l'alcool, d'une densité 1,025 à la température + 21°. Il bout d'une manière constante et sans trace de décomposition à la température 236°,5-237, corrigé. (Correction 6 degrés.) (Trouvé : C = 57,2, H = 8,6; calculé : C = 57,4, H = 8,5).

» *Chlorure de pyrotartryle normal*, $COCl, CH^2 - CH^2 - CH^2, COCl$. —

Il s'obtient par l'action de 2 molécules de perchlorure de phosphore sur une d'acide pyrotartrique. C'est un liquide lourd, d'odeur irritante, bouillant à (216°-218°) (corrigé), non sans s'altérer notablement. L'eau le décompose rapidement à chaud, lentement à froid en acide chlorhydrique et acide pyrotartrique. L'air humide produit le même effet; abandonné dans une capsule au contact de l'air, il se trouve transformé du jour au lendemain en acide pyrotartrique cristallisé. (Trouvé : $Cl = 42,3$; calculé : $Cl = 42,0$). Il brunit peu à peu à la lumière. »

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage volumétrique de l'acide formique.* Note de MM. **Portes** et **Ruyssen**, présentée par M. H. Sainte-Claire Deville.

« La détermination quantitative de l'acide formique dans l'acide acétique a une certaine importance pour résoudre le problème du dosage de l'esprit-de-bois dans l'esprit-de-vin, problème qui intéresse l'Administration des Finances, au point de vue de la dénaturation des alcools.

» L'acide formique réduisant le bichlorure de mercure *en excès* à l'état de protochlorure, nous avons été tout naturellement amenés à utiliser le procédé de M. Personne, qui permet de doser par l'iodure de potassium une quantité donnée de sublimé, avant et après sa réduction, par une quantité donnée d'acide formique, et, par suite, de déduire une relation pondérale constante, entre la quantité de bichlorure qui disparaît dans cette réduction et celle d'acide formique présente dans une liqueur.

» Mais la réaction n'est ni complète ni rapide, à moins qu'on ne sature l'acide chlorhydrique au fur et à mesure de sa mise en liberté. Pour cela, il suffit de mêler dans la liqueur de l'acétate de soude, ce qui rend la manipulation très-facile et laisse l'opérateur dans les conditions du dosage des mélanges d'esprit-de-vin et d'esprit-de-bois.

» On verse donc, dans un matras contenant 5 grammes d'acétate de soude, 25 centimètres cubes d'une solution à 10 pour 100 du mélange à essayer, et l'on y ajoute 200 centimètres cubes de solution de sublimé à 4,5 pour 100 (9 grammes); on chauffe de une heure à une heure et demie au bain-marie jusqu'à parfaite limpidité de la liqueur surnageante, puis, faisant du tout un volume de 500 centimètres cubes, on filtre, et, au moyen d'une burette graduée, on constate combien il faut de liqueur réduite pour saturer 1 gramme d'iodure de potassium.

» Par un calcul des plus simples, on arrive alors à un résultat numérique auquel, d'après des expériences multiples et concordantes, il faut,

pour exprimer le titre effectif, ajouter une correction d'un quart en plus.

» Dans une prochaine Communication, nous déterminerons les conditions exactes dans lesquelles ce procédé peut être appliqué au dosage respectif des esprits de vin et de bois. »

COSMOLOGIE. — *Sur l'arragonite observée à la surface d'une météorite.* Note de M. **J.-Lawrence Smith.**

« Cette Communication a pour objet l'étude de quelques masses météoriques provenant de la partie du Mexique appelée le *Bolson de Mapini* ou *Désert du Mexique;* cette région est située dans le Cohahuile et le Chihuahua (deux provinces du Nord).

» Ce grand désert s'étend sur 400 milles de l'est à l'ouest et 500 milles du nord au sud, sur les rives du Rio-Grande; feu M. le professeur Burckhardt, de Bonn, a également étudié cette région si riche en masses de fer météorique.

» En 1854 (*Am. Journ. Sc.*, vol. XXVIII, p. 409), j'ai décrit trois de ces masses de fer; deux d'entre elles ont été apportées aux États-Unis : l'une pesait 125 kilogrammes, l'autre 680. En 1868, on en apporta huit autres; la plus lourde pesait 325 kilogrammes : je les décrivis également (*Am. Journ. Sc.*, novembre 1869); en 1871, je publiai la description et l'analyse d'une masse plus volumineuse, pesant environ 3500 kilogrammes; cette dernière provenait de la partie ouest du désert, voisine d'El-Para.

» On a parlé d'une pierre encore plus volumineuse, qui se trouverait au centre même du désert. Le poids total de la matière météorique trouvée dans cette contrée atteindrait 15 000 kilogrammes, poids qui dépasse celui des météorites existant dans les différentes collections.

» Lorsque, en 1868, j'ai examiné les huit masses dont il est question plus haut, j'ai remarqué une croûte blanche sur une petite partie des surfaces de deux d'entre elles; mais je n'ai pu l'examiner complétement à cette époque. Ce n'est que depuis quelques mois que ces fers ont été mis à ma disposition et que j'ai pu examiner les points laissés sans examen, et dont le plus intéressant forme le sujet de cette Note.

» Sur une de ces masses de fer, pesant 210 kilogrammes, on remarque une petite quantité d'une incrustation, couvrant environ 15 centimètres carrés de la surface du corps; sur une autre, qui pèse 275 kilogrammes, on voit une incrustation qui occupait à l'origine plus de 200 centimètres de la surface; cette matière est fortement attachée au fer, et, lorsqu'on la casse

(ce qui est souvent arrivé par suite d'un maniement opéré sans précaution), une partie du fer qui a été oxydé se détache en même temps; son épaisseur varie de 1 millimètre à 5 millimètres.

» Elle est tout à fait dure et raye facilement le spath calcaire; la surface en est irrégulière et granuleuse; si on la brise perpendiculairement à la surface du fer, on peut très-bien la polir et l'on observe alors sur plusieurs morceaux une structure irrégulière et ondulée, parallèle à la surface du fer, avec des veines jaune et brun foncé, comme en présente la roche calcaire de Gibraltar; en contact avec les acides, elle fait effervescence. C'est une incrustation d'*arragonite*.

» Voici la composition de ce minéral:

Carbonate de chaux	93,10
Sesquioxyde de fer	1,00
Magnésie	traces
Résidu insoluble	4,60
Eau	1,00
	99,70

» Quant à sa formation, je suis convaincu que cette matière s'est incrustée sur le fer après la chute de ce dernier; c'est par suite de cette conviction que j'ai voulu connaître la nature de la roche et du sol où avaient été trouvées ces météorites.

» J'ai réussi à me procurer les renseignements suivants: c'est au Dr Butcher, qui a réuni les spécimens examinés par moi, que je dois ces indications. L'endroit où l'on trouva cette masse est situé dans une vallée ou plaine alluvienne, entre deux rangées parallèles de hautes montagnes présentant une distance qui varie de 1 à 3 milles. La base des montagnes est de formation calcaire, et l'on rencontre dans les collines et dans les plaines des dépôts calcaires considérables. La plaine est creusée, en plusieurs endroits, par de profonds ravins; plusieurs des spécimens de fer ont été trouvés au milieu des pierres et dans le sable; au fond de ces ravins, ils étaient lavés ou recouverts par l'eau pendant les fortes pluies. Ce n'est que dans la saison des pluies que, dans ces ravins et dans les enfoncements de la vallée, il reste de l'eau, qui, du reste, a toujours un goût salé et contient une grande quantité de matière minérale.

» J'en ai dit assez pour faire connaître l'origine probable de l'incrustation calcaire que j'ai reconnue sur deux de ces météorites.

» Une autre observation analogue est relative à la météorite de Newton, qui appartient à la variété des syssidères de M. Daubrée; j'en ai fourni des

spécimens aux musées du Jardin des Plantes de la Grande-Bretagne et de Vienne, et l'on y voit cette incrustation fortement attachée à la surface, en parcelles bien définies, d'un aspect translucide.

» Le poids total de ce que l'on possède de cette météorite ne dépasse pas 700 grammes; la masse dont elle a été extraite doit encore exister dans quelque partie peu habitée de l'Arkansas, et elle fournira sans doute, lorsqu'on l'obtiendra en plus grande quantité, des spécimens recouverts de cette incrustation calcaire.

» Cette Note est accompagnée d'un bel échantillon de fer du Mexique, dont une surface de plusieurs centimètres carrés est recouverte de l'incrustation dont il s'agit, sur une épaisseur de 5 millimètres environ. J'y ai joint aussi un fragment détaché de l'incrustation, pesant plusieurs grammes et poli de façon à montrer sa structure ondulée et lamellaire. »

COSMOLOGIE. — *Sur les combinaisons de carbone trouvées dans les météorites.* Note de M. **J.-Lawrence Smith.**

« J'ai poursuivi mes études sur les hydrocarbures cristallisables, provenant des fers terrestres et des météorites douteuses comme celle d'Ovifak, en cherchant les hydrocarbures dans le carbone de combinaison de ces fers. Le fer d'Ovifak contient une proportion très-notable de ce carbone.

» Dans ces fers, j'ai rencontré une substance semblable à celle que j'ai déjà trouvée dans le graphite météorique et les météorites charbonneuses, ayant la même odeur forte et cristallisant en petites aiguilles; chauffée sur une lame de platine, elle fond facilement et, chauffée plus fortement, elle brûle avec flamme et disparaît complétement. Chauffée dans un petit tube, elle se volatilise en grande partie et se condense sur la partie froide du tube en laissant un résidu de charbon.

» Je ne suis pas encore en état d'affirmer que ces corps sont identiques avec ceux qui proviennent des météorites et que j'ai récemment décrits. Je continue mes recherches, et j'envoie avec cette Note un échantillon des cristaux du fer d'Ovifak. »

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur l'emploi du chlorure de calcium dans l'arrosage des chaussées de nos promenades et de nos jardins publics.* Note de M. **A. Houzeau.** (Extrait.)

« Depuis longtemps, dans mes cours publics, j'appelle l'attention sur l'utilisation possible des quantités importantes de chlorure de cal-

cium perdues par les fabriques d'acide pyroligneux des environs de Rouen.

» L'expérience a confirmé mes prévisions. Depuis plusieurs années, l'arrosage au chlorure de calcium des principales voies de communication de la ville de Rouen produit les meilleurs résultats. Il serait désirable de voir ce mode d'arrosage étendu aux promenades, aux squares et aux jardins publics les plus fréquentés de la capitale (Luxembourg, Jardin des Plantes, etc.).

» Il suffit de s'être réfugié le dimanche dans un de ces lieux recherchés par la foule pour constater l'insuffisance de l'arrosage à l'eau. Le sol, rapidement mis à sec, se réduit en poussière sous le piétinement de la foule, et bientôt toute cette population de promeneurs est plongée dans une atmosphère poudreuse aussi désagréable que nuisible à la santé. Les fines parcelles de matière siliceuse qui voltigent dans l'air, en pénétrant dans les voies respiratoires, y déterminent des irritations capables d'aggraver, surtout chez les enfants, des affections de poitrine déjà existantes ou de compromettre des convalescences avancées. Il en est de même pour certaines maladies des yeux.

» L'arrosage au chlorure de calcium fait disparaître ces inconvénients. Il imprègne le sol d'une matière hygrométrique qui rend durable pendant une semaine l'humidité qu'on lui a communiquée. Dès lors, plus de sécheresses, plus de poussières; les vents demeurent sans action sur la terre humectée de chlorure de calcium.

» Cet arrosage est en outre salubre et économique. Le chlorure des fabriques d'acide pyroligneux contient toujours des quantités notables de chlorure de fer (environ 3 kilogrammes par mètre cube), et de matières goudronneuses dont la volatilisation dans l'air ne peut être qu'hygiénique. Il présente en outre, sur l'arrosage à l'eau pure, une économie d'environ 30 pour 100.

» En effet, à l'époque des grandes chaleurs, une chaussée de 1 kilomètre sur 5 mètres de largeur reçoit par jour quatre arrosages à l'eau (deux le matin et deux le soir) à raison de 1 mètre cube de liquide par 250 mètres parcourus sur une largeur de 5 mètres, ou autrement dit, par surface de 1250 mètres. Total de l'eau distribuée par jour : 16 mètres cubes. L'eau étant fournie gratuitement, le prix d'arrosage de ce kilomètre de chaussée revient, au coût du collier (cheval et conducteur), à 10 francs par jour.

» Au contraire, cette même surface de chaussée (1 kilomètre sur 5 mètres) ne consomme que 4 mètres cubes de solution de chlorure marquant

33° B et coûtant 7fr,50 le mètre cube (1). Mais ses effets d'humectation durent de cinq à sept jours, soit en moyenne six jours, pendant lesquels tout arrosage est suspendu.

» On arrive ainsi à trouver que, pour une durée de six jours, l'arrosage d'une surface de chaussée de 5000 mètres revient :

Avec l'eau pure (fournie gratuitement) à......	60fr
Avec le chlorure de calcium à..............	40

» Soit une différence de 20 francs en faveur de l'arrosage au chlorure.

» Lorsque le chlorure de calcium est employé avec intelligence, non-seulement il remédie aux inconvénients signalés plus haut, mais il améliore notablement l'état des routes et des chaussées, en les recouvrant d'une sorte de *patine* ou croûte superficielle et dure de 1 à 2 millimètres d'épaisseur, qui oppose une grande résistance, pendant plusieurs jours, non-seulement à la dessiccation du sol, mais encore à sa désagrégation par la marche des piétons ou la circulation des voitures.

» Appliqué à l'arrosage des allées des parcs, il empêche le développement des herbes et économise la partie de la main-d'œuvre relative au ratissage régulier de ces allées. »

BOTANIQUE. — *Étude sur la formation et le développement de quelques galles.* Note de M. **Ed. Prillieux**, présentée par M. Duchartre. (Extrait par l'auteur.)

« Parmi les productions morbides des végétaux, aucune n'a attiré l'attention des observateurs depuis plus longtemps que les galles qui naissent sur les divers organes des plantes à la suite des piqûres des insectes, et aucune n'a été l'objet de l'étude de savants plus éminents. Malpighi, Réaumur ont observé les galles des plantes et en ont décrit un grand nombre. Leurs travaux excellents offrent encore aujourd'hui le plus haut intérêt; mais, depuis un demi-siècle, les moyens de recherches ont été perfectionnés; grâce à l'emploi du microscope composé, l'anatomie des plantes a fait d'immenses progrès. Abordant à son tour, avec les puissants moyens d'investigation dont nous disposons aujourd'hui, l'observation de la structure

(1) Le prix du chlorure à 20° B est de 4fr,15 le mètre cube. La durée de ses effets est diminuée de vingt-quatre à quarante-huit heures.

des galles, M. de Lacaze-Duthiers a fait l'anatomie comparée de ces productions, décrit les éléments histologiques qui les constituent et montré les curieuses relations qui existent entre l'organisation des galles et les conditions de la vie du petit parasite qu'elles abritent et nourrissent.

» Il est toutefois un côté plus particulièrement botanique de l'histoire des galles qui n'a pas à ma connaissance été traité jusqu'ici : c'est la formation même de ces productions, ce sont les relations d'origine qui existent entre les tissus de la galle et ceux de l'organe normal sur lequel ou plus exactement dans lequel elle se développe.

» Dans le travail que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie, j'ai décrit, pour quelques galles de structure plus ou moins compliquée qui naissent sur les feuilles du chêne, les modifications qui se produisent dans le tissu normal à la suite de la piqûre et du dépôt de l'œuf de l'insecte.

» J'ai choisi trois types de conformations différentes : une petite galle lenticulaire et herbacée, d'organisation très-simple; la galle en groseille de Réaumur qui se développe en abondance à la face inférieure des feuilles et sur les chatons mâles du chêne; et enfin une galle qui vient sur le bord des nervures des feuilles de chêne, qui est creuse et contient dans sa cavité une sorte de noyau entièrement libre, qui ressemble à une graine, et dans lequel est une larve. L'organisation de cette galle, qui fournit un exemple de structure très-compliquée, avait été inexactement interprétée par Réaumur et n'avait pas, depuis cette époque, été spécialement étudiée.

» Sur ces exemples j'ai montré comment les tissus morbides les plus complexes émanent du tissu normal. De cette série d'études particulières j'ai pu, je crois, tirer, sans trop de témérité, des notions d'un caractère général touchant le mode de formation et le développement des galles.

» Quand le tissu du végétal est blessé par l'insecte qui y dépose son œuf, il s'y manifeste une surexcitation formatrice considérable; les cellules voisines de la blessure grandissent et se multiplient par cloisonnement.

» Dans certains cas, on peut nettement distinguer dans le travail organique qui se produit à la suite de la piqûre de l'insecte, les effets différents de deux ordres distincts d'actions de cette piqûre, la lésion mécanique, et l'irritation spécifique qui produit une tumeur différente selon la nature de l'insecte.

» Les suites de la lésion mécanique sont identiques à celles que causerait une piqûre faite par la pointe d'un instrument quelconque ; il se forme une petite quantité d'un tissu particulier identique à celui qui se produit sur toute plaie faite à un organe végétal où la vie est encore active. Ce

tissu cicatriciel formé par cloisonnement des cellules voisines de la plaie ferme la blessure ; son développement est très-limité.

» Il n'en est pas de même pour l'irritation spécifique qui accompagne le dépôt de l'œuf et que cause probablement une sorte de venin que l'insecte verse dans la plaie. Sous son action, l'hypertrophie et le cloisonnement répétés des cellules enlève au tissu normal sa consistance et sa structure. Les cellules qui étaient parvenues à la forme particulière, qui devait normalement être définitive pour elles, se métamorphosent en se cloisonnant dans différentes directions en un tissu homogène dont la croissance est absolument indépendante et qui offre les caractères anatomiques d'un tissu primordial en voie de multiplication et d'accroissement très-intense. Les cellules y sont remplies de protoplasma et contiennent des noyaux qui se multiplient activement.

» Telle est la première phase de l'action spécifique de la piqûre : formation aux dépens du tissu normal de la plante, d'un tissu primordial morbide qui entoure l'œuf du parasite.

» Bientôt ce tissu primordial se différencie d'une façon spéciale, donnant naissance à des tissus celluleux morbides qui offrent des caractères particuliers et dont la structure est le plus souvent fort différente de celle des tissus de l'organe qui porte la galle.

» La différenciation des tissus spéciaux se prononce à des degrés divers dans les diverses galles. Plus elle est complète, plus la différence est marquée entre les tissus morbides et les tissus normaux.

» Au voisinage immédiat de l'œuf de l'insecte se forme toujours une couche spéciale qui, par son aspect et sa composition, diffère de toutes les autres et ne fait jamais défaut. Elle est formée de cellules minces, à peu près sphériques et peu pressées les unes contre les autres, que remplit une matière granuleuse, opaque, de nature azotée et qui sert à l'alimentation de la larve. Dans cette couche se dépose aussi très-souvent de l'amidon, mais dans les parties extérieures seulement; cet amidon ne paraît pas servir directement à l'alimentation de l'insecte. Il se résorbe avant que la dent de la larve ait pu l'atteindre ; à sa place apparaissent, dans la matière plasmatique granuleuse, de nombreuses gouttelettes de matière grasse qui sont consommées par l'animal parasite.

» A l'extérieur de cette couche alimentaire s'organisent diverses zones de tissu qui se développent de façon différente selon des espèces de galles et dont l'étude anatomique comparée a été excellemment faite par M. de Lacaze-Duthiers.

» Selon le degré de multiplication et de développement des tissus divers qui les composent, les galles apparaissent hors de l'organe qui les porte et semblent placées à la surface même du végétal ou demeurent à l'intérieur des tissus; elles sont externes ou internes. Les unes et les autres sont identiques à l'origine et ne se distinguent que par les proportions de leur accroissement. »

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Recherches expérimentales sur l'action de l'aniline, introduite dans le sang et dans l'estomac.* Note de MM. V. **Feltz** et E. **Ritter**, présentée par M. Ch. Robin.

« L'analyse des vins vendus à Nancy ayant démontré à M. Ritter que la fuchsine était employée sur une large échelle pour rehausser la couleur des vins et pour masquer l'addition d'eau, nous avons établi une série d'expériences sur l'homme et sur le chien pour étudier l'action de cette substance colorante *pure*, introduite dans l'organisme.

» Ces expériences nous ont semblé d'autant plus nécessaires qu'il y a divergence entre les auteurs qui se sont occupés de la question; elles ont toujours eu pour témoins nos élèves et beaucoup de nos confrères.

» A. Homme. — 1° Un homme robuste, dans la cinquantaine, avale à jeun 200 centimètres cubes de vin, contenant $0^{gr},50$ de fuchsine. Un quart d'heure après, les oreilles se colorent fortement en rouge, la bouche devient prurigineuse; les gencives se tuméfient légèrement; tendance à un crachottement continu. Les urines émises deux heures après sont fortement colorées par la fuchsine, pas d'albumine; la coloration des muqueuses et du tégument disparaît au bout de trois heures.

» 2° Deux jours après, même dose de fuchsine immédiatement après le repas; la coloration des muqueuses et des téguments est moins prononcée, mais cependant assez marquée pour frapper les assistants.

» 3° Le sujet de l'expérience reçoit pendant douze jours, chaque matin, un litre de vin coloré par la fuchsine, saisi à Nancy. La coloration sus-indiquée se produit chaque fois d'une manière passagère; le prurit de la bouche persiste pendant toute la durée de l'expérience, et vers le huitième jour le patient indique du côté des oreilles une sensation de brûlure très-gênante. Le onzième jour, diarrhée modérée, selles colorées par la fuchsine; le douzième jour, coliques très-vives, suivies d'évacuations nombreuses; les urines, roses pendant presque tout le temps de l'expérience, contiennent, à partir du douzième jour, de l'albumine décelée par la cha-

leur et l'acide azotique. Nous suspendons l'expérience : le patient est rétabli au bout de deux jours.

» B. Chiens. — 1° *Injection de fuchsine dans l'estomac.* — Deux chiens, auxquels on introduit journellement 0gr,60 de fuchsine en solution aqueuse, à l'un pendant quinze jours, à l'autre pendant huit jours, se portent bien apparemment; néanmoins leur poids diminue sensiblement, les urines colorées en rouge contiennent de temps en temps de l'albumine d'une façon évidente et des cylindres granulo-graisseux. Il s'établit souvent une diarrhée, et, dans ce cas, les urines sont moins colorées et moins albumineuses. Les animaux ont un prurit très-violent de la bouche et cherchent à se frotter le museau contre terre. Ils bavent beaucoup.

» 2° *Injection de fuchsine dans le sang.* — Cinq chiens bien portants sont soumis à cette expérience : le premier reçoit 0gr,35 de fuchsine en une fois; le deuxième, 1gr,71 en trois fois; le troisième, 0gr,45 en trois fois, mais en un jour; le quatrième, 1gr,80 en deux fois; le cinquième, 0gr,48 en quatre jours. Tous ces animaux ne semblent pas affectés au début, quoique leurs muqueuses et leurs téguments soient fortement colorés en rouge. Ils perdent bientôt l'appétit, boivent beaucoup, mais n'ont pas de fièvre constatable au thermomètre; la perte de poids est assez rapide et varie entre 1000 et 1500 grammes. Le deuxième chien est mort dix jours après l'opération; le cinquième, le douzième jour; le troisième est sacrifié après vingt et un jours; les deux autres vivent. Les intestins ne présentent pas d'altérations; la fuchsine est cependant éliminée par la bile; le système nerveux ne paraît pas modifié; il n'était pas coloré dans les expériences où les animaux ont été sacrifiés immédiatement après l'injection. Chez ceux-ci, tous les autres organes étaient rougis par la fuchsine, qui se trouvait précipitée sur certains éléments anatomiques; dans le sang même se rencontraient des coagulums colorés. L'altération constante chez les chiens ayant survécu un certain temps est une dégénérescence de la substance corticale du rein, qui est souvent visible à l'œil nu et toujours facilement constatable au microscope. Ainsi s'explique l'apparition contante dans les urines de ces chiens, de l'albumine et de cylindres épithéliaux et granulo-graisseux. Ces éléments étrangers apparaissent dans les urines dès le lendemain de l'injection et persistent plus ou moins longtemps en variant de quantité. Chez le plus malade de nos chiens, l'albumine a varié entre 7 grammes pour 1000 et 33 grammes, et cela très-longtemps après la suspension de toute injection.

» Nous croyons nécessaire d'ajouter que les chiens, avant l'expérience,

n'avaient pas d'albumine dans les urines et que ce liquide d'excrétion a toujours été recueilli directement dans un verre et non extrait à l'aide de la sonde. »

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur le* Cypressus pyramidalis. Note de M. **Hartsen.**

« Cette Note est relative à deux substances que nous avons trouvées dans le *Cypressus pyramidalis :* une substance amorphe qui se rencontre surtout dans les feuilles, et une matière cristallisable que nous n'avons rencontrée que dans les fruits mûrs ou à peu près mûrs.

» Pour préparer la substance amorphe, on fait macérer des tiges du *Cypressus* dans de l'alcool; puis on distille une partie de l'alcool jusqu'à ce que les matières résineuses soient précipitées. Après avoir séparé le liquide des matières résineuses, on continue à chauffer le liquide pour chasser l'alcool. On voit alors se précipiter une poudre jaunâtre. Cette poudre est insoluble dans l'éther, de sorte que l'on peut employer l'éther pour la séparer complétement des matières résineuses adhérentes.

» Cette substance est insoluble dans l'eau, dans l'acide acétique, dans l'éther, soluble dans l'alcool, même faible. L'acide sulfurique la transforme en une matière brune. L'ammoniaque la dissout en formant un liquide jaune-citron. Sa solution alcoolique forme un précipité jaune avec une solution alcoolique d'acétate de plomb.

» Pour extraire la matière cristallisable, on pile les fruits, et on les fait macérer dans de l'alcool. En soumettant la teinture à l'évaporation spontanée, on obtient des cristaux mêlés d'une matière résineuse. Cette substance cristallise en beaux prismes. Ces prismes ont une légère teinte vert-émeraude, coloration que nous avons vainement tenté de leur enlever au moyen du charbon animal. Chauffés sur le platine, ces cristaux commencent par fondre, puis ils se volatilisent en répandant des vapeurs irritantes. Ils sont insolubles dans l'eau, solubles dans l'alcool et l'éther. Leur solution alcoolique est précipitée par une solution alcoolique d'acétate de plomb. »

M. **Ch. Cros** adresse à l'Académie, par l'entremise de M. Desains, deux épreuves de photographie colorée accompagnées d'une lettre dans laquelle il demande l'ouverture d'un pli cacheté déposé par lui le 2 décembre 1867.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Secrétaire perpétuel, contient une Note

intitulée : « Procédés d'enregistrement et de reproductions des couleurs, des formes et des mouvements ». (Extrait.)

« En premier lieu, trois épreuves photographiques sont prises successivement d'après un même tableau. Pour la première de ces épreuves on interpose entre le tableau et l'objectif de l'appareil photographique ordinaire un verre rouge, pour la seconde un verre jaune, pour la troisième un verre bleu. Les rayons de lumière rouge contenus dans le tableau passeront en maximum à travers le verre rouge, et il en sera de même pour les deux autres sortes de rayons et les deux autres verres.

» Si maintenant, après avoir obtenu le positif des trois épreuves, on superpose les projections de ces positifs traversés respectivement par un rayon rouge, jaune et bleu sur un écran, la projection composée représentera le tableau donné avec ses teintes réelles.

» La superposition des projections des trois positifs, respectivement traversés par des rayons rouges, jaunes et bleus, paraîtrait présenter quelques difficultés. Mais ces difficultés disparaissent, si l'on substitue à une superposition réelle une succession rapide des trois projections diversement colorées à la même place.

» La superposition des trois épreuves positives sur une surface blanche, en ayant soin de constituer chacune des épreuves dans la couleur complémentaire de celle qui a servi à l'obtenir, donnera la reproduction définitivement fixée de toutes les teintes du tableau à reproduire, avec une exactitude que limitent seules la pureté et la transparence des couleurs employées. »

M. **Boutin** avait soumis à l'Académie, le 17 février 1873, des vues tendant à établir que l'*Amaranthus blitum* peut produire la grande quantité des nitrates que l'analyse lui avait fait découvrir dans cette plante. Il est heureux de trouver, dans les importantes expériences de M. Berthelot, la confirmation d'une opinion qui ne s'appuyait jusque-là que sur de grandes probabilités.

M. **J. Macé** adresse, par l'entremise de M. Desains, une Note intitulée : « Essai de théorie des phénomènes de polarisation rotatoire magnétique ».

M. **J. Aymonnet** demande l'ouverture d'un pli cacheté déposé par lui à la séance du 19 juin 1876.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Secrétaire perpétuel, contient une

Note intitulée : « Relation entre les pouvoirs absorbants des corps simples et leurs équivalents chimiques ».

M. J. Girard adresse une Note portant pour titre : « Phénomène de réfraction solaire observé sur les côtes de Norwége ».

M. A. Marchand adresse une Note sur la chaleur solaire.

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Ouvrages reçus dans la séance du 12 juin 1876.

(suite.)

Histoire de la médecine arabe; par le Dr L. Leclerc. *Exposé complet des traductions du grec. Les Sciences en Orient, leur transmission à l'Occident par les traductions latines.* Paris, E. Leroux, 1876; 2 vol. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey pour le concours Montyon, Médecine et Chirurgie, 1876.)

Mémoires de la Société d'émulation du Doubs; 4e série, T. VIII-IX. 1873-1874. Besançon, Imp. Dodivers, 1874-1875; 2 vol. in-8°.

Apatovsky. *Trois mois et demi de captivité au camp de Satory.* Sans lieu ni date; br. in-8°.

Le vrai Prométhée ou l'école éternelle. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1874; br. in-8°.

Mirabeau et Sieyès ou la révolution et la contre-révolution; par le Dr Damoiseau. Paris, V. Palmé, 1876; br. in-8°.

Bulletin de la Société impériale des naturalistes de Moscou; 1875, nos 3, 4. Moscou, A. Lang, 1875-1876; 2 liv. in-8°.

Expériences pratiques de la boussole circulaire faites à bord des navires de l'État et de la marine marchande; par E. Marin-Duchemin; 5e édition. Paris, Arnaud et Labat, 1875; br. in-4°.

Traité pratique pour reconnaître, sans le secours de la Chimie, les fraudes, falsifications et sophistification de denrées alimentaires; par Max. Singer. Paris, E. Lacroix, 1876; in-12.

Acta de la Academia nacional de Ciencias exactas existente en la Universitad de Cordova; t. I. Buenos-Aires, 1875; in-4°.

Presentazione di un modello di dieteroscopio ad uso delle scuole di Fisica e di Geodesia. Descrizione ed applicazioni del medesimo; terza comunicazione di G. Luvini. Torino, Paravia e comp., 1876; br. in-8°.

Le diéthéroscope; 3e Communication faite à l'Académie des Sciences de Turin par J. LUVINI. Turin, Paravia, 1876; br. in-8°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 19 JUIN 1876.

Cours de Mécanique appliquée aux machines; par J.-V. PONCELET; IIe partie: *Mouvement des fluides, moteurs, ponts-levis*, publié par M. X. KRETZ. Paris, Gauthier-Villars, 1876; in-8°.

Eléments de Botanique; par P. DUCHARTRE; Ire partie, pages 1 à 804. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1876; 1 vol. in-8°.

Observations sur les bulbes des lis; par P. DUCHARTRE; 2e Mémoire. Paris, G. Masson, 1875; br. in-8°.

Etudes sur la bière, ses maladies, causes qui les provoquent, procédé pour la rendre inaltérable, avec une théorie nouvelle de la fermentation; par M. L. PASTEUR. Paris, Gauthier-Villars, 1876; 1 vol. in-8°.

Observations relatives à un Squale pèlerin récemment pêché à Concarneau; par MM. Paul GERVAIS et Henri GERVAIS. Paris, Gauthier-Villars, sans date; opuscule in-4°.

M. Michel Chevalier et le bimétallisme; par H. CERNUSCHI. Paris, Guillaumin et Cie, 1876; 1 vol. in-8°.

Mémoires de la Société d'agriculture, de sciences et d'arts du département du Nord, séant à Douai. — 1826-1827, 1828, 1833-1834, 1839-1840, 1841-1842, 1843-1844, 1845-1846, 1847-1848, 1849, 1867, 1868-1869. Douai, 1826-1871; 10 vol. in-8°.

J. LECLERC. *Un nouveau stadimètre*. Sans lieu ni date; opuscule in-8°. (Extrait du t. II des *Annales de la Société des Lettres, Sciences et Arts du département des Alpes-Maritimes*).

Le collecteur photo-thermique armillaire du professeur Balestrieri; par R. Francisque MICHEL. Saint-Denis, imp. Lambert; sans date; br. in-8°. (Présenté par M. du Moncel.)

Défense de la théorie moderne de l'induction ou influence électrostatique de Melloni et Volpicelli; par R. Francisque MICHEL. Saint-Denis, sans date; br. in-8°. (Extrait du journal *les Mondes*). (Présenté par M. du Moncel.)

Mémoire sur la genèse des eaux minérales et des émanations salines des groupes nord du Caucase; par M. J. FRANÇOIS. Paris, Gauthier-Villars, 1875; br. in-8°.

Les vignes américaines. Catalogue illustré et descriptif avec de brèves indications sur leur culture; par MM. BUSH et fils et MEISSNER, ouvrage traduit de l'anglais par L. BAZILLE, revu et annoté par J.-E. PLANCHON. Montpellier, C. Coulet, Paris, V.-A. Delahaye, 1876; in-8°.

Notice sur le pic du Gar (Haute-Garonne); *par* M. LEYMERIE. Montpellier, typog. Boehm, sans date; br. in-8°.

The Athenæum; October, November, December 1875. January, February, March, April 1876. London, 1875-1876; 7 liv. in-4°.

OUVRAGES REÇUS DANS LA SÉANCE DU 26 JUIN 1876.

Description des machines et procédés pour lesquels des brevets d'invention ont été pris sous le régime de la loi du 5 juillet 1844, publié par les ordres de M. le Ministre de l'Agriculture et du Commerce; t. VIII, 1re partie, 1873. Paris, Imprimerie Nationale, 1876; in-4°.

Catalogue des brevets d'invention; année 1876, n° 4, 1re partie. Paris, Bouchard-Huzard, 1876; in-8°.

Carte géologique détaillée de la France; 4e livraison. Paris, 1877; in-f°.

Application de la Thermodynamique à l'étude des variations d'énergie potentielle des surfaces liquides, conséquences diverses; par G. VAN DER MENSBRUGGHE, Bruxelles, F. Hayez, 1876; br. in-8°.

Annales des Ponts et Chaussées. Mémoires et documents; 1876, juin. Paris, Dunod, 1876; in-8°.

Etudes sur le métamorphisme des roches; par M. DELESSE. Paris, Imp. impériale, 1861; in-4°. (Extrait du t. XXVII des *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences.*)

Étude clinique et expérimentale sur l'action de la bile et de ses principes introduits dans l'organisme; par V. FELTZ et E. RITTER. Nancy, imp. Berger-Levrault, 1876; in-8°. (Renvoi au Concours Montyon, Médecine et Chirurgie, 1876.)

Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles publiées par la Société hollandaise des Sciences à Harlem et rédigées par E.-H. VON BAUMHAUER. t. XXI, liv. 23. Harlem, les héritiers Loosjes, 1876; 2 liv. in-8°.

ERRATA.

(Séance du 19 juin 1876.)

Page 1401, Théorème V, ligne 5, *lisez :* $2m(m'm'' + m'n'' + 2n'n'')$.

» *Supprimez les quatre lignes :* « Il y a $2mn'n''$ solutions étrangères. . . »

Page 1402, *ajoutez à la seconde ligne :* « 4° m points multiples d'ordre $2n'n''$ aux m points de U_m. »

La Note de M. Tholozan, insérée dans le *Compte rendu* du 19 juin 1876, p. 1419, a été présentée par M. le baron Larrey.

FIN DU TOME QUATRE-VINGT-DEUXIÈME.